

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**1° TEN ROBSON FRANÇA DE MORAES**

**EQUALIZADORES TURBO DE BAIXA COMPLEXIDADE  
COMPUTACIONAL PARA CANAIS DE HF**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Ernesto Leite Pinto, D.C.

Rio de Janeiro  
2007

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
Praça General Tibúrcio, 80-Praia Vermelha  
Rio de Janeiro-RJ CEP 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

Moraes, R.F.

Equalizadores Turbo de Baixa Complexidade Computacional para Canais de HF, Robson França de Moraes.

– Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2007.  
81 p.: il, graf., tab.

Dissertação: (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2007.

1. Equalização. 2. Equalização Turbo. 3. Equalizadores Turbo de Baixa Complexidade. 4. Cartas EXIT. 5. Desempenho de Equalizadores Turbo. 6. Canais de HF.

CDD 511.8

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**1° TEN ROBSON FRANÇA DE MORAES**

**EQUALIZADORES TURBO DE BAIXA COMPLEXIDADE  
COMPUTACIONAL PARA CANAIS DE HF**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Ernesto Leite Pinto, D.C.

Aprovada em 13 de Fevereiro de 2007 pela seguinte Banca Examinadora:

---

Ernesto Leite Pinto, D.C. do IME - Presidente

---

Maj Juraci Ferreira Galdino, D.C. do IME

---

Marco Antônio Grivet Mattoso Maia, Phd. da PUC-Rio

Rio de Janeiro  
2007

À minha eterna namorada, fonte principal de motivação e inspiração em minha vida, minha esposa Tatiana.

A meus pais, Deonor e Rosa, meus primeiros incentivadores.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a Deus, esta Força eterna, por permitir-nos a vida em toda a sua plenitude.

À minha esposa Tatiana, agradeço toda a compreensão e todo o amor, sempre presentes neste período de estudos. Aceitar minhas ausências em vários momentos desta jornada não foi tarefa fácil, porém mais difícil foi saber exigir minha presença quando absolutamente necessário, lembrando-me que a família é o que temos de mais precioso em nossas vidas. Seu apoio, seu carinho e sua presença foram determinantes para a conclusão desta etapa de meus estudos.

A meus pais, por todo seu esforço em me fornecer uma sólida base de educação e valores que me permitiram as condições de chegar a este momento de minha vida.

Ao meu orientador, Dr. Ernesto Leite Pinto, pela disponibilidade e prontidão a atender e esclarecer minhas dúvidas, pelo conhecimento transmitido ao longo destes dois anos, seja em aulas ou apenas em conversas de trabalho.

Ao professor Dr. Juraci Ferreira Galdino, pelas idéias e colaborações que vieram a melhorar a qualidade final deste trabalho.

Por fim, a todos que de alguma forma contribuíram com esta jornada que aqui se encerra.

"Só é útil o conhecimento que nos torna melhores."

Sócrates

## SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....	9
LISTA DE TABELAS .....	12
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS .....	13
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
<b>2 MODELO DO SISTEMA DE COMUNICAÇÃO .....</b>	<b>26</b>
2.1 Introdução .....	26
2.2 Sistema de Comunicação com Turbo Equalização .....	26
2.3 Modelo de Canal .....	28
2.3.1 Modelo do Canal de Propagação .....	29
2.3.2 Modelo do Canal em Tempo Discreto .....	32
2.4 Codificador / Deodificador SISO .....	34
2.5 Interleaver / Deinterleaver .....	35
2.6 Equalizador SISO .....	35
2.7 Avaliação Qualitativa de Desempenho (Cartas EXIT) .....	37
<b>3 EQUALIZADORES LINEARES SISO PARA TURBO EQUALIZA- ÇÃO .....</b>	<b>40</b>
3.1 Introdução .....	40
3.2 Equalizador MMSE .....	40
3.2.1 Canal Invariante Conhecido .....	40
3.2.2 Canal Variante .....	46
3.3 MMSE-NA e MMSE-MF .....	49
3.4 Cancelador de Interferência .....	51
3.5 MMSE-SV-TV .....	52
3.6 MMSE-ASV-TV .....	53
3.7 Estimador de Parâmetros do Canal .....	54
<b>4 RESULTADOS .....</b>	<b>60</b>
4.1 Introdução .....	60
4.2 Condições Básicas de Simulação .....	60

4.3	Desempenho Utilizando o MIL-STD-188-110A/B .....	63
4.4	Desempenho com Aumento de Vazão .....	69
4.5	Complexidade Computacional.....	73
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>77</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>80</b>



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.2.1	Modelo de sistema de comunicação: (a) Transmissor, (b) Receptor Convencional e (c) Receptor Iterativo. ....	27
FIG.2.2	Modelo de canal com multipercurso. ....	30
FIG.2.3	Modelo de canal em banda básica com filtros de transmissão e recepção. ....	32
FIG.2.4	Modelo de canal em tempo discreto com filtros de transmissão e recepção e uso de interpolação, permitindo retardos entre raios não-múltiplos do período de símbolo. ....	34
FIG.2.5	Equalizador SISO implementando separadamente estimação de canal e equalização. ....	36
FIG.2.6	Exemplo de fluxo de informação de um processo iterativo representado por Carta EXIT. ....	39
FIG.3.1	Estrutura de um equalizador SISO MMSE para canais invariantes e conhecidos. ....	45
FIG.3.2	Estrutura de um equalizador SISO MMSE para canais variantes e conexão com um estimador de canal. ....	49
FIG.3.3	Estrutura de um equalizador SISO Cancelador de Interferência. ....	51
FIG.3.4	Modelo de sistema utilizado para análise do estimador de canal. ....	56
FIG.3.5	Estrutura de quadros de dados e treinamento utilizada para análise do estimador de canal. ....	56
FIG.3.6	Erro de estimação de canal sem atualização durante quadro de dados. As curvas referem-se, de cima para baixo, aos seguintes valores de $\sigma_i^2$ : 0,01, 1,2, 3,0, 7,0, 10 e 100. ....	57
FIG.3.7	Erro de estimação de canal com uso de decisão abrupta. As curvas referem-se, de cima para baixo, aos seguintes valores de $\sigma_i^2$ : 0,01, 1,2, 3,0, 7,0, 10 e 100. ....	57
FIG.3.8	Erro de estimação de canal com uso de informação suave. As curvas referem-se, de cima para baixo, aos seguintes valores de $\sigma_i^2$ : 0,01, 1,2, 3,0, 7,0, 10 e 100. ....	57
FIG.4.1	Esquema do codificador previsto no MIL-STD-188-110A/B. ....	61
FIG.4.2	Curva característica do decodificador BCJR. ....	64

FIG.4.3	Desempenho de taxa de erro do Decodificador BCJR. ....	64
FIG.4.4	Curva característica do equalizador MMSE-TV, para diversos valores de $E_b/N_0$ . ....	65
FIG.4.5	Esquerda: Processo Iterativo do TE MMSE-TV/BCJR para $E_b/N_0 = 6dB$ . Direita: Desempenho de taxa de erro do Decodificador BCJR. A conexão entre as curvas mostra a BER esperada para o processo após a convergência. ....	66
FIG.4.6	Curva característica equalizador MMSE, para diversos valores de $E_b/N_0$ . ....	66
FIG.4.7	Curva característica do equalizador MMSE-SV-TV, para diversos valores de $E_b/N_0$ . ....	67
FIG.4.8	Curva característica do equalizador MMSE-ASV-TV, para diversos valores de $E_b/N_0$ . ....	67
FIG.4.9	Curva característica do equalizador MMSE-MF, para diversos valores de $E_b/N_0$ . ....	68
FIG.4.10	Taxa de Erro em função da razão $E_b/N_0$ do Equalizador MMSE-TV, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B. ....	69
FIG.4.11	Taxa de Erro em função da razão $E_b/N_0$ do Equalizador MMSE utilizando a média empírica da variância do erro, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B. ....	70
FIG.4.12	Taxa de Erro em função da razão $E_b/N_0$ do Equalizador SV-TV, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B. ....	70
FIG.4.13	Taxa de Erro em função da razão $E_b/N_0$ do Equalizador ASV-TV, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B. ....	71
FIG.4.14	Taxa de Erro em função da razão $E_b/N_0$ do Equalizador SV-TV, com <i>interleaver</i> longo, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B. ....	71
FIG.4.15	Taxa de Erro em função da razão $E_b/N_0$ do Equalizador ASV-	

	TV, com <i>interleaver</i> longo, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B. ....	72
FIG.4.16	Comparação entre as curvas características para o equalizador MMSE com alteração do tamanho de quadro de dados. ....	72
FIG.4.17	Comparação entre as curvas características para o equalizador SV- TV com alteração do tamanho de quadro de dados. ....	73
FIG.4.18	Comparação entre as curvas características para o equalizador ASV-TV com alteração do tamanho de quadro de dados. ....	73
FIG.4.19	Comparação do número de operações realizada por cada equaliza- dor para o cálculo de $\mathbf{f}_n$ . ....	75

## LISTA DE TABELAS

TAB.2.1	Parâmetros dos canais de teste previstos pelo ITU-R. ....	32
TAB.4.1	Mapeamento utilizado para o QPSK e o 8PSK nas simulações .....	61
TAB.4.2	Dimensões da matriz do <i>interleaver</i> no MIL-STD-188-110A/B .....	62
TAB.4.3	Complexidade Computacional de algumas Operações Matriciais .....	74
TAB.4.4	Complexidade computacional dos equalizadores SISO para o cálculo de $\mathbf{f}_n$ . ....	75

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

### ABREVIATURAS

APP	-	A Posteriori Probability
AWGN	-	Additive White Gaussian Noise
ASV	-	Aproximated Single Variance
BCJR	-	L. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, J. Raviv
BER	-	Bit Error Rate
BLOS	-	Beyond Line Of Sight
BPSK	-	Binary Phase Shift Keying
CC	-	Canal Conhecido
CE	-	Canal Estimado
CV	-	Canal Variante no Tempo
DFE	-	Decision Feedback Equalizer
DSP	-	Digital Signal Processing
ECC	-	Error Control Code
EMQ	-	Erro Médio Quadrático
EXIT	-	Extrinsic Information Transfer Charts
FIR	-	Finite Impulse Response
HF	-	High Frequency
IC-LE	-	Interference Canceller - Linear Equalizer
IES	-	Interferência Entre Símbolos
IID	-	Independente e Identicamente Distribuído
IME	-	Instituto Militar de Engenharia
ISI	-	Intersymbol Interference
LLR	-	Log-Likelihood Ratio
LMS	-	Least Mean-Square Error
MAP	-	Maximum A posteriori Probability
MF	-	Matched-Filter
MLSE	-	Maximum Likelihood Sequence Estimator
MMSE	-	Minimum Mean-Square Error
MSE	-	Mean-Squared Error

NA	-	Not A Priori
QAM	-	Quadrature Amplitude Modulation
QPSK	-	Quadrature Phase Shift Keying
SISO	-	Soft-In Soft-Out
SNR	-	Signal-Noise Ratio
SV	-	Single Variance
TE	-	Turbo Equalizador
TVC	-	Time Varying Channel
WSS-US	-	WideSense Stationary - Uncorrelated Scattering

## SÍMBOLOS

$\triangleq$	-	igual, por definição
$\forall$	-	para todo
$a \in A$	-	$a$ pertence ao conjunto $A$
$\oplus$	-	operação <i>OU</i> exclusiva
$\otimes$	-	operação de multiplicação
$k$	-	índice de tempo
$n$	-	índice de tempo
$K_d$	-	quantidade de bits gerados pela fonte binária
$K_c$	-	quantidade de bits gerados pelo codificador
$K_o$	-	quantidade de bits adicionados como redundância
$K_D$	-	quantidade de símbolos em um quadro de dados
$K_T$	-	quantidade de símbolos em um quadro de treinamento
$R$	-	taxa de codificação
$Q$	-	quantidade de bits associados a cada símbolo da modulação
$K_s$	-	quantidade de símbolos transmitidos pelo modulador
$L$	-	quantidade de coeficientes da resposta ao impulso do canal
$T_s$	-	duração de símbolo
$\mathbf{b}_k$	-	sequência de bits gerados pela fonte
$\mathbf{c}_k$	-	sequência de bits codificados
$\mathbf{c}_n$	-	sequência de bits na saída do <i>interleaver</i>
$\mathbf{x}_n$	-	sequência de símbolos na saída do modulador
$\mathbf{t}_n$	-	sequência de símbolos de treinamento
$\mathbf{z}_n$	-	sequência de símbolos transmitidos
$\mathbf{y}_n$	-	sequência de símbolos na entrada do receptor
$\mathbf{w}_n$	-	vetor com parcela de ruído presente nos símbolos recebidos
$\mathbf{H}$	-	matriz de convolução
$\mathbf{S}$	-	conjunto de símbolos de uma constelação
$\mathbf{f}$	-	coeficientes do filtro linear do equalizador
$f_d$	-	taxa de desvanecimento
$N_2$	-	quantidade de coeficientes da parcela causal de $\mathbf{f}$
$N_1$	-	quantidade de coeficientes da parcela não-causal de $\mathbf{f}$

$N$	-	quantidade total de coeficientes de $\mathbf{f}$
$I_{iE}$	-	informação mútua de entrada do equalizador
$I_{iD}$	-	informação mútua de entrada do decodificador
$I_{oE}$	-	informação mútua de saída do equalizador
$I_{oD}$	-	informação mútua de saída do decodificador
$\mathbf{1}_{i \times j}$	-	matriz de dimensão $i \times j$ com todos os elementos de valor unitário
$\mathbf{0}_{i \times j}$	-	matriz de dimensão $i \times j$ com todos os elementos de valor nulo
$\mathbf{I}_i$	-	matriz identidade de dimensão $i \times i$
$diag(\cdot)$	-	operador que transforma um vetor de tamanho $i$ em uma matriz de dimensão $i \times i$ com os elementos do vetor em sua diagonal
$E(\cdot)$	-	valor esperado de um vetor de variáveis aleatórias
$E(\cdot cond.)$	-	valor esperado condicional de um vetor de variáveis aleatórias
$Cov(\mathbf{x}, \mathbf{y})$	-	covariância entre dois vetores de variáveis aleatórias



## RESUMO

A transmissão digital na faixa de HF viabiliza características tais como mobilidade de transceptores, baixo custo operacional, baixa demanda de tempo para operação, cobertura de longas distâncias (milhares de quilômetros) por reflexão ionosférica, assim como cobertura de distâncias de até uma centena de quilômetros através de ondas terrestres, sem a necessidade de visada direta. Por outro lado, também se caracteriza pela ocorrência de interferência intersimbólica severa e ruído aditivo, apresentando ainda características de desvanecimento variante no tempo, dificultando seu uso eficiente.

Neste trabalho será investigada a aplicação de equalização turbo a canais com tais características, já que este esquema de recepção iterativo tem se destacado na literatura atual por apresentar baixas taxas de erro mesmo para pequenos valores de razão sinal ruído. Porém sua implementação prática em equipamentos de recepção ainda é difícil, devido à sua complexidade computacional.

O objetivo deste trabalho é avaliar algoritmos existentes de equalização turbo de complexidade reduzida propostos recentemente para o caso de canal de HF. São propostos ainda dois algoritmos, baseados em modificações em outros já existentes, que apresentam menor complexidade computacional sem gerar grande perda de desempenho.

Como o canal é variante no tempo, um estimador de canal deve ser implementado. Para tanto um estimador iterativo é apresentado, o qual utiliza informação suave em sua entrada para aprimorar as estimativas fornecidas entre intervalos de treinamentos.

Por fim, é realizada uma avaliação de complexidade visando avaliar previamente a possibilidade de implementação de tais algoritmos em DSP's existentes no mercado.

## ABSTRACT

Digital transmission over the HF band makes possible characteristics such as mobility, low operational cost, low demand of time for operation, covering of long distances (thousand of kilometers) through ionospheric reflection (skywaves), as well as covering of distances until a hundred kilometers through ground waves, without the line of sight need. On the other hand, it also characterizes for the occurrence of severe inter-symbol interference and additive noise, with time-varying fading, making it difficult its efficient use.

In this work the application of turbo equalization will be considered to channels with such characteristics, since this structure of iterative reception has more recently grown in importance in current literature for producing low bit error rate for small values of signal to noise ratio. However its practical implementation in reception equipment still is made it difficult by its computational complexity.

The objective of this work is to evaluate existing reduced complexity algorithms of turbo equalization recently considered in HF channels. Two algorithms, based on modifications from existing ones are considered, with low computational complexity without generating great loss of performance.

Since the channel is time-varying, a channel estimator must be implemented. So an iterative estimator is presented, using soft information to improve the supplied estimates between the transmitted training sequences.

Finally, a complexity evaluation is carried through to early evaluates the implementation possibility of such algorithms in DSP's in the market.

# 1 INTRODUÇÃO

A comunicação rádio na faixa de HF (de *High Frequency*), caracterizada pelo uso de frequências na faixa de 3 - 30 MHz, oferece um forte atrativo por ser capaz de cobrir grandes distâncias devido aos diferentes modos de propagação presentes.

Em particular, o interesse nesta faixa surge devido à propagação por ondas celestes (ionosféricas) que, através do fenômeno de reflexão virtual (múltiplas refrações) permite a comunicação BLOS (de *Beyond Line of Sight*).

Porém a ionosfera é um canal físico que apresenta diversas limitações à comunicação rádio, tais como: propagação multicaminho, desvanecimento e ruídos aditivos.

O sinal que chega ao receptor passa por diversos caminhos oriundos de múltiplas reflexões na ionosfera, ou até mesmo no solo, fazendo com que o tempo de propagação referente a cada caminho seja diferente, podendo o espalhamento temporal chegar à ordem de vários milissegundos (M. TÜCHLER,2001). Além disso, ao longo do dia as alturas das camadas ionosféricas variam, o que introduz variações de retardo. Em cada componente multicaminho ocorre ainda desvanecimento variante no tempo, devido a irregularidades na ionização, produzindo o efeito de espalhamento Doppler.

O canal de HF é usualmente modelado como um sistema linear variante no tempo, cuja resposta ao impulso é uma soma de componentes independentes apresentando espectro de espalhamento Doppler Gaussiano, associadas a diferentes valores de retardos (ITU-R,1992)(ITU-R,2000).

O espalhamento temporal entre as componentes multicaminho provoca interferência entre os símbolos (IES), degradando a qualidade do sinal recebido e gerando altas taxas de erro de bit (BER, de *Bit Error Rate*).

Uma forma de mitigar os efeitos da IES é o uso de equalizadores adaptativos no receptor, os quais procuram combater os efeitos de dispersão do canal, buscando estimativas dos símbolos transmitidos a partir de algum processamento mais elaborado das observações. Além disso, também é usual utilizar-se códigos corretores de erro na transmissão, e, nos receptores mais convencionais, se empregar um decodificador de canal que opera sobre bits detectados, obtidos na saída de um equalizador.

Nos estudos de formas eficazes de equalização, diversas técnicas de equalização linear e não-linear têm sido propostas ao longo das últimas décadas, destacando-se, pelas

suas características de desempenho, os equalizadores não lineares, tais como os do tipo MLSE (de *Maximum Likelihood Sequence Estimator*) e do tipo DFE (de *Decision Feedback Equalizer*) (E. ELEFTHERIOU,1987). Tem sido mais freqüente o emprego prático de equalizadores DFE, pelo fato de apresentarem menor complexidade computacional que os equalizadores MLSE, com perda de desempenho considerada compensadora diante da redução de complexidade(M. TÜCHLER,2002b).

O receptor ótimo no sentido da taxa de erro, aplicado a um canal variante no tempo como o caso da faixa de HF, deve realizar conjuntamente as tarefas de estimação de canal, equalização e decodificação. Porém, tal tarefa torna-se inviável na prática devido à alta complexidade computacional apresentada pelos algoritmos.

Tem sido comum, então, na implementação prática de receptores aplicar os processamentos de equalização e decodificação de forma independente. Nos esquemas mais simples, o equalizador produz decisões abruptas sobre os símbolos recebidos, para que os mesmos sejam mapeados em bits detectados e possam, finalmente, ser processados pelo decodificador.

Este processo de decisão abrupta tomada pelo equalizador, no entanto, destrói informação suave acerca da confiabilidade da observação, produzindo a mesma saída para observações com diferentes níveis de confiabilidade.

Admitindo que os bits transmitidos são equiprováveis e que as amostras recebidas também o são, a informação suave associada a uma determinada amostra pode ser entendida como uma medida da razão de probabilidades a posteriori correspondente,  $\frac{P(c_k=0|obs)}{P(c_k=1|obs)}$  onde  $c_k$  é o bit sobre o qual se calcula a razão e  $obs$  é o conjunto de amostras recebidas. Assim sendo, esta informação pode ser explorada por um decodificador obtendo-se então um melhor desempenho de taxa de erro (decodificação baseada em decisão suave)(R. KOETTER,2004).

Em 1993, foram propostos em (C. BERROU,1993), os chamados códigos turbo. Este novo esquema de codificação utiliza-se da concatenação paralela de códigos convolucionais recursivos, que são decodificados através de um processo iterativo por um algoritmo baseado no critério MAP (de *Maximum a Posteriori*) aplicado símbolo-a-símbolo.

A classificação como código turbo, apesar de se referir inicialmente à forma específica de codificação e decodificação utilizada na invenção de 1993, é atualmente aplicada a qualquer esquema de codificação de canal que utilize processos de decodificação iterativa, além da concatenação de códigos separados por entrelaçadores temporais.

O termo "turbo" surge, então, associado diretamente ao processo de decodificação ite-

rativa. Os novos códigos turbo utilizam-se de algoritmos de decodificação do tipo SISO (de *Soft-Input, Soft-Output*, Entrada Suave, Saída Suave), que permitem o aproveitamento de informação sobre a confiabilidade da decodificação de um dos códigos componentes, por parte de outro código. Cada decodificador SISO recebe como entrada, a saída suave gerada pela decodificação do outro código componente da concatenação, gerando uma saída suave que alimentará o próximo decodificador. Dessa forma, cria-se um processo iterativo no qual a saída de um decodificador se torna a entrada do próximo.

Em cada iteração a confiabilidade, chamada em (C. BERROU,1993) de informação extrínseca, na estimativa da informação aumenta, permitindo um ganho de desempenho com relação a esquemas onde os processamentos ocorrem de forma independente.

No trabalho exposto em (C. BERROU,1993), obtiveram-se resultados de desempenho próximos ao do limite de Shannon. Neste artigo, foi reportado, para uma BER de  $10^{-5}$ , uma transmissão distante em apenas 0,5 dB de relação sinal-ruído do limite supracitado, para modulação BPSK em canal AWGN.

Baseado na invenção dos códigos turbo ocorreu o surgimento do chamado processamento turbo de recepção. Este processamento se caracteriza pela troca de informações entre módulos de um processo que cooperam para a obtenção do resultado final através de uma troca de informação suave semelhante à originalmente explorada na decodificação turbo.

A aplicação do então chamado "princípio turbo" pode ser vista, hoje em dia, nas mais diversas técnicas associadas às comunicações. Pelo especial interesse neste trabalho, destacamos a aplicação deste princípio à equalização, gerando o que passou-se a chamar de turbo equalização.

A turbo equalização é, assim, um processo de equalização e decodificação conjunta, conduzido de forma iterativa, proporcionando a troca de informação entre os blocos equalizador e decodificador de um sistema receptor.

Apesar deste processo conjunto ter sido explorado em (PROAKIS,1995), ele não foi utilizado de maneira iterativa, já que o decodificador pode também retornar informação suave ao equalizador, que assim poderá aprimorar suas estimativas de bits codificados.

O primeiro trabalho explorando esta nova forma de uso da equalização e decodificação (turbo equalização) foi proposto em (C. DOUILLARD,1995). Nele, como de resto em todos os esquemas de turbo equalização conhecidos pelo autor desta dissertação, faz-se uso de um codificador convolucional, tratado como um codificador externo, agindo sobre os símbolos transmitidos, e da modelagem do conjunto formado pelo modulador, canal e

demodulador, como um codificador interno. Na recepção, o processo de turbo equalização é realizado através de trocas sucessivas de informação suave entre o "decodificador interno", na realidade o equalizador, e o decodificador externo, o decodificador de canal.

O uso da turbo equalização fornece melhores resultados de taxa de erro quando comparado a esquemas de equalização não iterativos (R. OTNES,2003). Na realidade seu desempenho pode se assemelhar ao de um sistema com codificação turbo em um canal AWGN (de *Additive White Gaussian Noise*), sem IES (R. KOETTER,2004).

O surgimento desta nova técnica abriu novas perspectivas para revitalização do uso da faixa de HF para transmissões digitais, que tem se intensificado desde o final da década de 90, dando origem a diversas pesquisas com o intuito de aumentar a máxima taxa de dados, mesmo com as limitações de canal variante no tempo e de largura de faixa (usualmente 3 kHz).

Entretanto o turbo equalizador ótimo, no sentido da máxima probabilidade *a posteriori* de símbolo, requer o uso do algoritmo BCJR-MAP<sup>1</sup> (G. BAUCH, 1997), que tem complexidade computacional impeditiva para o uso de modulações multi-níveis em canais com grande espalhamento de retardos, como é o caso nas transmissões com elevada eficiência espectral em canais de HF.

Em função deste impedimento, pesquisas têm sido realizadas no sentido de se obter equalizadores SISO com baixa complexidade e pouca perda de desempenho em relação aos equalizadores baseados no algoritmo BCJR. Entre as opções surgiram os equalizadores SISO baseados em filtros lineares, que foram introduzidos em (A. GLAVIEUX, 1997).

Neste trabalho, propõe-se então um estudo de equalizadores sub-ótimos que apresentem um desempenho satisfatório quando comparados ao algoritmo ótimo supracitado, o BCJR, porém com uma complexidade computacional reduzida, permitindo a viabilidade destes em sistemas operando, por exemplo, em tempo real. Com este intuito foram estudados algoritmos recentes para equalizadores com baixa complexidade computacional, voltados para aplicações em canais na faixa de HF. Além disso, propõe-se novas versões destes equalizadores visando a redução da complexidade, com uso específico em situações de canais variantes.

O trabalho foi desenvolvido preocupando-se com o estudo de algoritmos equalizadores enquanto manteve-se um algoritmo fixo no decodificador de um turbo equalizador. Isto facilitou a comparação de desempenho entre propostas que surgiram recentemente.

---

<sup>1</sup>A abreviatura BCJR provém das iniciais dos autores do artigo que propõe este decodificador (L. BAHL, 1974).

Foram explorados então nesta tese os equalizadores MMSE (de *Minimum Mean Square Error*) (M. TÜCHLER, 2002a) e os equalizadores IC-LE (de *Interference Canceller - Linear Equalizer*) (BIDAN, 2003)(C. LAOT, 2002), já que estes, por se basearem no uso de filtros lineares, apresentam uma complexidade computacional menor do que algoritmos baseados em treliça como o BCJR.

Dentre vários artigos que utilizam estas estruturas no processo de turbo, algumas propostas são comentadas abaixo e serão investigadas ao longo deste trabalho, no contexto da aplicação para aumento da eficiência espectral em canais de HF. Estas referências apresentam resultados obtidos com a aplicação dos algoritmos supracitados em modelos de canal que são ou podem ser aplicados à faixa de HF, motivando assim uma discussão do que é apresentado nestes trabalhos.

Em (R. OTNES,2003) é realizado um estudo de desempenho da aplicação da turbo equalização a modems de alta taxa, até 9600 bps, em HF seguindo a STANAG 4539. Esta norma descreve formas de onda codificadas a serem aplicadas a canais de HF, com taxa de transmissão variando de 3200 bps a 9600 bps, com uma largura espectral de 3kHz. O artigo apresenta resultados obtidos para uma modulação 64-QAM, em uma taxa de transmissão de 9600 bps, utilizando-se um entrelaçador longo de 8,64 segundos, o que representa o entrelaçamento de 110592 bits codificados por bloco. Neste trabalho é explorado o uso de equalizadores SISO do tipo MMSE. É citada ainda a necessidade de se adaptar os coeficientes de tais filtros lineares quando se aplica a equalização em canais desconhecidos e variantes no tempo, situação esta enfrentada nas transmissões em HF. Duas abordagens são propostas: usar um filtro adaptativo para a implementação do equalizador, ou então utilizar-se alguma técnica de estimação da resposta ao impulso do canal para permitir o cômputo dos coeficientes do filtro. É citado ser a última técnica mais eficiente para a aplicação da turbo equalização.

Para as simulações, o trabalho citado fez uso do modelo de canal pobre previsto em (ITU-R,1992)(ITU-R,2000), que apresenta dois percursos de multicaminho com 2,1 milissegundos de espalhamento de retardos e 1 Hz de espalhamento Doppler. Nesta situação, foi mostrado um ganho de 6-7 dB pelo uso da turbo equalização. Assim após 7 iterações o turbo equalizador obteve uma BER de  $10^{-4}$  com uma relação sinal-ruído próxima de 21 dB, em um canal conhecido.

Em (M. TÜCHLER,2001) também é discutida a importância de uma boa estimativa dos coeficientes da resposta ao impulso do canal, e é mostrado que o erro de estimação pode ser incorporado ao erro devido ao ruído no receptor, para efeito de cálculo da solução

exata de um equalizador MMSE .

Os resultados obtidos por simulação em (M. TÜCHLER,2002b) reforçam a necessidade de uma boa técnica de estimação de canal, sob a pena de se perder desempenho do turbo equalizador devido a erros nos coeficientes estimados.

Um equalizador IC-LE fazendo uso de filtros adaptativos é proposto em (C. LAOT, 2001). A denominação IC-LE (Cancelador de Interferência - Equalizador Linear) decorre da estrutura utilizada neste tipo de equalização. A montagem do equalizador através de dois filtros lineares, propõe que o primeiro seja um filtro casado ao canal e que o outro seria responsável por estimar a IES presente no símbolo que se deseja estimar no instante de índice  $n$ . Assim, com a subtração das duas saídas dos filtros ter-se-ia uma estimativa do símbolo transmitido. Neste trabalho utilizam-se modulações QAM de alta ordem, demonstrando, através de resultados de simulação, a importância da presença de um entrelaçador na estrutura do transmissor e receptor.

Finalmente em (C. LAOT, 2004) é apresentada uma possível implementação de um turbo equalizador fazendo uso da técnica IC-LE, para implementação em um DSP de ponto fixo.

Inserido no quadro acima apresentado, o presente trabalho tem os seguintes objetivos:

- Avaliação de desempenho de equalizadores turbo de baixa complexidade computacional, propostos na literatura atual, aplicados a canais variantes no tempo, em particular para o caso de canais em HF;
- Propor e avaliar o desempenho de alterações nos algoritmos e estratégias que permitam a redução de complexidade especificamente para o caso de canais variantes no tempo, levando em consideração os efeitos de erro de estimação de canal;
- Avaliação da viabilidade de implementação dos algoritmos estudados, em DSP's (de *Digital Signal Processor*, Processadores Digitais de Sinais) disponíveis no mercado, através do levantamento de número médio de operações a serem realizadas.

O trabalho está dividido em 5 capítulos.

No Capítulo 2 é descrito o modelo do sistema de comunicação com turbo equalização empregado, apresentando a notação que será empregada ao longo do texto. Algumas características do modelo do canal de propagação na faixa de HF serão apresentadas, além do modelo do canal em tempo discreto, tendo como base a modelagem apresentada em (C. C. WATTERSON, 1970). Os blocos constituintes do sistema serão descritos,



salientando-se características e importância de cada um deles. Por fim, as cartas EXIT (de *Extrinsic Information Transfer Charts*) propostas inicialmente em (BRINK, 1999) serão apresentadas por se tratarem de uma ferramenta muito utilizada para avaliação de evolução do processo de equalização turbo, que também foi empregada nesta dissertação.

O Capítulo 3 tem por finalidade apresentar algoritmos de equalizadores lineares aplicáveis à turbo equalização em situação de canais variantes no tempo, tais como os propostos em (M. TÜCHLER, 2002c). São ainda apresentadas modificações propostas neste trabalho para redução da complexidade computacional sem acarretar grandes perdas de desempenho.

O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos, através de simulação, com emprego dos algoritmos estudados no capítulo anterior quando empregados utilizando o MIL-STD-188-110A/B. Ainda são avaliados resultados modificando-se este padrão, de forma a tentar se elevar a vazão de dados. O desempenho dos equalizadores foi avaliado tanto através da obtenção de cartas EXIT, quanto por levantamento de curvas de desempenho de taxa de erro. Obtém-se ainda a complexidade computacional de cada uma das estratégias de equalização baseando-se no número médio de operações aritméticas por símbolo. Finalmente, uma avaliação da possibilidade de implementação em DSP's disponíveis no mercado atual é fornecida.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho e são sugeridos temas para a sua continuação.

## 2 MODELO DO SISTEMA DE COMUNICAÇÃO

### 2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo será descrito o modelo do sistema de comunicação com turbo equalização empregado, apresentando a notação que será utilizada ao longo do texto. Algumas características do modelo do canal de propagação na faixa de HF serão apresentadas e será definido o modelo de canal, bem como sua geração será discutida. Serão explicitadas ainda características de cada um dos blocos constituintes do sistema. Por fim, uma ferramenta para avaliação do processo de turbo equalização, proposta inicialmente em (BRINK, 1999), será apresentada.

### 2.2 SISTEMA DE COMUNICAÇÃO COM TURBO EQUALIZAÇÃO

De forma a facilitar o acompanhamento do texto, introduz-se agora a notação que será utilizada. Vetores serão representados por letras minúsculas em negrito e matrizes por letras maiúsculas também em negrito. Quantidades variantes no tempo serão denotadas por um índice de tempo subscrito. O operador  $E(\cdot)$  representa o valor esperado de um vetor de variáveis aleatórias, e  $E(\cdot|cond)$  representa o valor esperado condicional. A notação  $Cov(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  representa o operador covariância entre dois vetores aleatórios  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ . A representação  $diag(\mathbf{x})$  representa uma matriz diagonal cujos elementos não-nulos serão os do vetor  $\mathbf{x}$ .  $\mathbf{I}_N$  é a matriz identidade ordem  $N$ , enquanto  $\mathbf{0}_{N \times M}$  e  $\mathbf{1}_{N \times M}$  são, respectivamente, uma matriz nula e uma matriz cujos elementos são todos iguais a 1, ambas de dimensões  $N$  por  $M$ .

O modelo de sistema de comunicação aqui estudado tem seu diagrama em blocos representado na Figura 2.1<sup>2</sup>. Na mesma figura, estão presentes dois tipos de receptores: um receptor onde a informação flui de forma seqüenciada, chamado aqui de receptor convencional, e um utilizando um processo iterativo tal como a turbo equalização.

No receptor (c) da Figura 2.1 são utilizados um equalizador e um decodificador do tipo SISO (de *Soft-Input Soft-Output*). Tais componentes são assim chamados por trabalharem com informação suave na entrada e na saída. Essa informação suave é

---

<sup>2</sup>Por simplicidade de representação não foram acrescentados ao diagrama os filtros de transmissão e de recepção

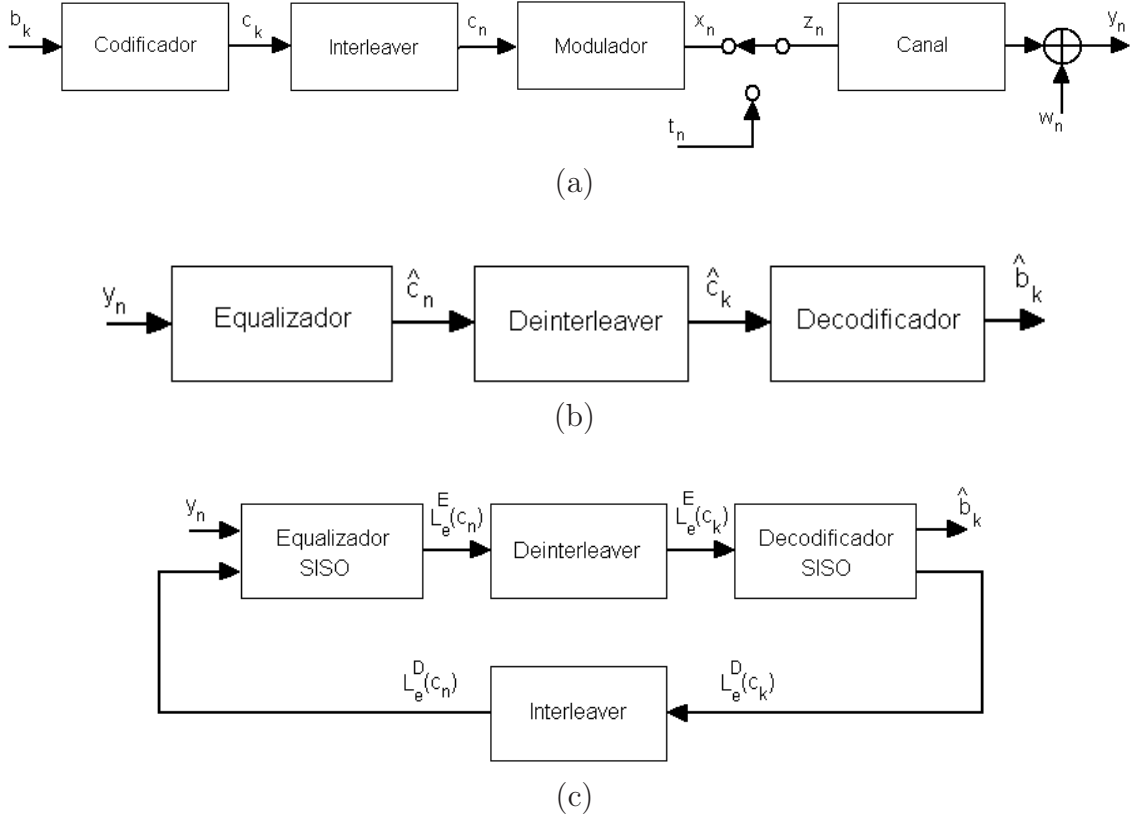


FIG. 2.1: Modelo de sistema de comunicação: (a) Transmissor, (b) Receptor Convencional e (c) Receptor Iterativo.

usualmente dada na forma do logaritmo neperiano da razão de verossimilhança (LLR, de *Log-Likelihood Ratio*)<sup>3</sup> dos bits codificados, definida como (R. KOETTER,2004):

$$L(c_k) \triangleq \ln \left( \frac{P(c_k = 0)}{P(c_k = 1)} \right) \quad (2.1)$$

Destá forma, o sinal de  $L(c_k)$  é suficiente para determinar se o bit  $c_k$  tem maior probabilidade de ser 1 ou 0. Deve-se notar que a certeza do bit ser 1 implica em  $L(c_k) \rightarrow -\infty$ , enquanto que a certeza de ser 0 implica  $L(c_k) \rightarrow \infty$ . Já se  $L(c_k) = 0$ , tem-se que  $P(c_k = 0) = P(c_k = 1) = 1/2$ . Além disso, as probabilidades podem ser calculadas através de:

$$P(c_k = 0) = \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \frac{L(c_k)}{2} \right) \quad (2.2)$$

<sup>3</sup>A rigor em geral se trata de razões de probabilidades *a posteriori*; mas, no contexto de receptores iterativos é usual o termo razão de verossimilhança

$$P(c_k = 1) = \frac{1}{2} \left( 1 - \tanh \frac{L(c_k)}{2} \right) \quad (2.3)$$

O equalizador SISO recebe, juntamente com as observações do canal, a informação suave *a priori*  $L_e^D(c_n)$  sobre os bits codificados provenientes do decodificador na iteração anterior. A partir dessas informações gera a informação suave de saída  $L_e^E(c_n)$ . Os símbolos conhecidos transmitidos têm a função de gerar o sincronismo entre transmissor e receptor, e, em casos de canais desconhecidos, auxiliar a estimação de parâmetros do mesmo.

Um requisito do princípio turbo é que a informação suave de saída de um módulo SISO não pode ser função da informação suave *a priori* para um mesmo bit codificado. Se o equalizador for baseado no critério MAP vale a relação

$$L_e^E(c_n) = L^E(c_n) - L_e^D(c_n) \quad (2.4)$$

onde  $L^E(c_n)$  é a LLR *a posteriori* calculada pelo equalizador,  $L_e^D(c_n)$  é a LLR *a priori* proveniente do decodificador calculada na iteração anterior, e  $L_e^E(c_n)$  é chamada de informação extrínseca ou LLR extrínseca.

Como visto na Figura 2.1, um conjunto de  $N$  bits  $b_k$  é passado através de um codificador gerando  $N_{int} = N \cdot R_c^{-1}$  bits codificados  $c_k$ , onde  $R_c$  é denominado a taxa do codificador ( $0 < R_c < 1$ ). Essa seqüência de bits codificados alimenta um *interleaver*, que rearranja a ordem temporal do conjunto, fornecendo uma seqüência de bits  $c_n$ , onde para denotar o rearranjo temporal troca-se o índice subscrito. Os bits codificados são então modulados, sendo cada grupo de  $Q$  bits mapeado em um símbolo de acordo com uma modulação  $2^Q$ -ária, gerando um conjunto de  $\frac{N_{int}}{Q}$  símbolos  $x_n$ . Antes de passar pelo canal, a seqüência de símbolos desconhecidos  $x_n$  é multiplexada com uma seqüência de  $N_t$  símbolos  $t_n$ , conhecidos pelo receptor, o que gera a seqüência de símbolos  $z_n$  que é transmitida pelo canal. O sinal recebido é corrompido por ruído aditivo complexo representado por amostras  $w_n$ , gerando os símbolos recebidos  $y_n$ .

Nas próximas seções discute-se a representação e a importância de cada bloco no sistema considerado.

## 2.3 MODELO DE CANAL

Esta seção discute a modelagem empregada para o canal de propagação e ainda um modelo discreto no tempo onde a taxa de amostragem no receptor é igual à taxa de transmissão de símbolos, situação considerada em todo o texto.

### 2.3.1 MODELO DO CANAL DE PROPAGAÇÃO

Um sinal passa-faixa  $s(t)$  modulado em uma frequência de portadora  $w_c$  pode ser escrito como:

$$s(t) = a(t)\Re\{e^{j(w_c t + \phi(t))}\} = \Re\{x(t)e^{jw_c t}\} \quad (2.5)$$

Na equação acima, o sinal complexo  $x(t) = x_r(t) + jx_i(t) = a(t)e^{j\phi(t)}$  é chamado de equivalente banda básica do sinal  $s(t)$ .

Caso o sinal  $s(t)$  seja transmitido por um canal que gere um retardo  $\tau$ , um ganho  $g(t, \tau)$  e um deslocamento de fase  $\theta(t, \tau)$ , tem-se que o sinal recebido  $r(t)$  pode ser escrito como:

$$r(t) = g(t, \tau)a(t - \tau)\Re\{e^{jw_c(t-\tau) + \phi(t-\tau) + \theta(t, \tau)}\} = \Re\{h(t, \tau)x(t - \tau)e^{jw_c t}\} \quad (2.6)$$

onde  $h(t, \tau)$  é o ganho de canal definido como:

$$h(t, \tau) = g(t, \tau)\Re\{e^{j(-w_c \tau + \theta(t, \tau))}\} \quad (2.7)$$

Caso o sinal recebido seja corrompido por ruído aditivo Gaussiano branco limitado em banda, de média nula, com largura de banda  $B(\text{Hz})$  e densidade espectral de potência  $N_0(\text{W/Hz})$ , o equivalente banda básica será  $w(t) = w_r(t) + jw_i(t)$ , onde as partes real e imaginária são variáveis aleatórias Gaussianas independentes de média nula e igual variância. Denotando-se por  $\sigma_w^2$  a variância de  $w(t)$ , tem-se:

$$\sigma_w^2 = E(w(t)w^*(t)) = N_0 \quad (2.8)$$

$$E(w_r^2(t)) = E(w_i^2(t)) = \frac{\sigma_w^2}{2} \quad (2.9)$$

$$E(w_r(t)w_i^*(t)) = 0 \quad (2.10)$$

Dadas as condições acima, a densidade conjunta de  $w_r$  e  $w_i$  será complexa Gaussiana:

$$p_w(w) = \frac{1}{\pi\sigma_w^2} e^{-\frac{|w|^2}{\sigma_w^2}} \quad (2.11)$$

Porém, como já citado, o canal de propagação na faixa de HF apresenta características de multipercurso com tempo de propagação diferente para cada caminho. Além disso, variações nas alturas das camadas ionosféricas produzem modificações nos retardos dos percursos. Em cada componente multicaminho ocorre ainda desvanecimento variante

no tempo devido à irregularidades na ionização, produzindo o efeito de espalhamento Doppler.

O canal de HF é usualmente modelado como um sistema linear variante no tempo, cuja resposta ao impulso é dada por ganhos variantes no tempo associada a diferentes valores de retardos (Figura 2.2). Estes ganhos são usualmente modelados como processos estocásticos no tempo, estacionários em sentido amplo e descorrelacionados entre si (modelo WSS-US, de *widesense stationary - uncorrelated scattering*). Na Figura 2.2 representa-se a distorção provocada pelo canal de comunicação no sinal  $x(t)$ , na qual o  $i$ -ésimo caminho possui ganho  $h(t, \tau_i)$  e  $L$  é o número de caminhos, sendo

$$\tau_i = \sum_{k=0}^i \tau'_k \quad (2.12)$$

Além da ação do canal propriamente dito, na referida figura representa-se também a ação do ruído.

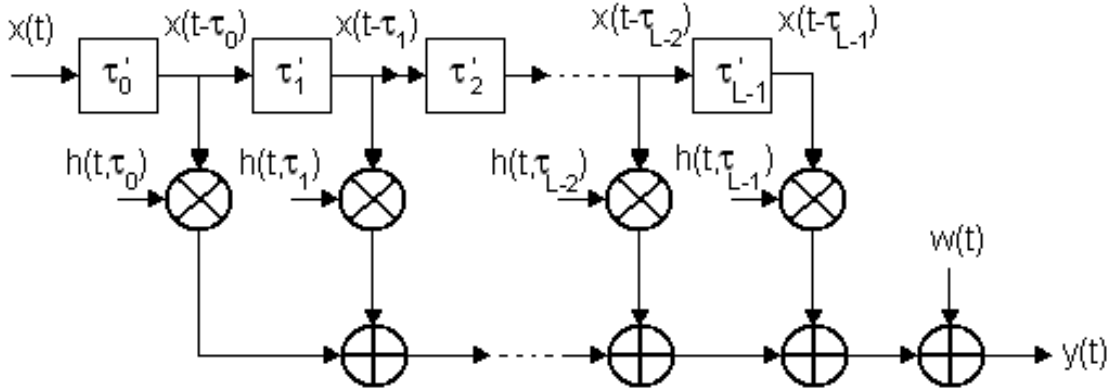


FIG. 2.2: Modelo de canal com multipercursos.

O sinal recebido será

$$y(t) = \sum_{k=0}^{L-1} h(t, \tau_k)x(t - \tau_k) + w(t) \quad (2.13)$$

A modelagem de canais variantes no tempo é feita definindo-se o espectro Doppler ou a função autocorrelação dos ganhos de canal  $h(t, \tau_i)$ . Define-se o espectro Doppler  $S_h(f, \tau_i)$  do ganho  $h(t, \tau_i)$  do  $i$ -ésimo caminho como sendo a transformada de Fourier da função autocorrelação  $R_h(k, \tau_i)$  que pode ser calculada como  $E(h(t, \tau_i)h^*(t - k, \tau_i))$ . Logo, são válidas as relações:

$$S_h(f, \tau_i) = \int_{-\infty}^{\infty} R_h(k, \tau_i) e^{-j2\pi f k} dk \quad (2.14)$$

$$R_h(k, \tau_i) = \int_{-\infty}^{\infty} S_h(f, \tau_i) e^{j2\pi f k} df \quad (2.15)$$

A largura aproximada do espectro Doppler é chamada de espalhamento Doppler ou taxa de desvanecimento. O espectro Doppler pode ainda ser visto como uma distribuição estatística dos desvios Doppler introduzidos por um canal.

Conforme verificado experimentalmente em (C. C. WATTERSON, 1970), o desvio Doppler em canais na faixa de HF possui uma distribuição Gaussiana. Devido à importância desta verificação tal modelagem passou-se a ser chamada modelo de Watterson.

Um espectro Doppler Gaussiano de média  $\bar{f}$  e variância  $\sigma_f^2$  é aqui expresso por:

$$S_h(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} e^{-\frac{(f-\bar{f})^2}{2\sigma_f^2}} \quad (2.16)$$

Com tal espectro o espalhamento Doppler  $f_d$  é definido como sendo duas vezes o desvio padrão do desvio Doppler:

$$f_d = 2\sigma_f \quad (2.17)$$

Considerando  $\bar{f}$  sendo nulo, e lembrando que a transformada Fourier de uma função Gaussiana é também Gaussiana tem-se:

$$S_h(f) = \sqrt{\frac{2}{\pi f_d^2}} e^{-\frac{2f^2}{f_d^2}} \quad (2.18)$$

$$R_h(k) = \sqrt{\frac{2}{\pi f_d^2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2f^2}{f_d^2}} e^{j2\pi f k} df = e^{-\frac{(\pi f_d k)^2}{2}} \quad (2.19)$$

Para realização de testes de desempenho na faixa de HF existem padrões de canais a serem utilizados. Alguns destes padrões foram estabelecidos pelo grupo de comunicações via rádio da *International Telecommunications Union* (ITU-R, anteriormente conhecido como CCIR). A norma ITU-R F.520 (ITU-R,1992) previa três modelos de canal: ITU-R bom, ITU-R moderado e ITU-R pobre, que têm sido usados há vários anos e são até hoje conhecidos como "canais CCIR". Esta norma foi substituída no ano de 2000 pela ITU-R F.1487, que prevê dez canais de teste, incluindo os três citados da norma F.520.

Todos os canais de teste são definidos conforme a Figura 2.2, porém contando com apenas dois caminhos. Cada coeficiente é um processo Gaussiano complexo, com espectro

Doppler Gaussiano. O espalhamento Doppler  $f_d = 2\sigma$  é o mesmo para os dois coeficientes.  $\tau_m$  representa o retardo do 2º raio. A Tabela 2.1 apresenta os parâmetros dos canais previstos nas duas normas.

TAB. 2.1: Parâmetros dos canais de teste previstos pelo ITU-R.

Norma	Canal	$\tau_m$	$f_d$
F.520	ITU-R bom	0,5 ms	0,1 Hz
	ITU-R moderado	1 ms	0,5 Hz
	ITU-R pobre	2 ms	1 Hz
F.1487	Baixa Lat. quieto	0,5 ms	0,5 Hz
	Baixa Lat. moderado	2 ms	1,5 Hz
	Baixa Lat. perturbado	6 ms	10 Hz
	Média Lat. quieto	0,5 ms	0,1 Hz
	Média Lat. moderado	1 ms	0,5 Hz
	Média Lat. perturbado	2 ms	1 Hz
	Média Lat. perturbado NVIS	7 ms	1 Hz
	Alta Lat. quieto	1 ms	0,5 Hz
	Alta Lat. moderado	7 ms	10 Hz
Alta Lat. perturbado	3 ms	30 Hz	

### 2.3.2 MODELO DO CANAL EM TEMPO DISCRETO

Considerando um casamento perfeito de frequências entre transmissor e receptor, e que o sinal modulado pelo transmissor chegue ao receptor sofrendo efeitos apenas do canal, podemos modelar o sistema em banda básica através do uso dos filtros de transmissão e de recepção, como se vê na Figura 2.3, sendo

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \delta(t - nT_s) \quad (2.20)$$

onde  $T_s$  é o período de símbolo.

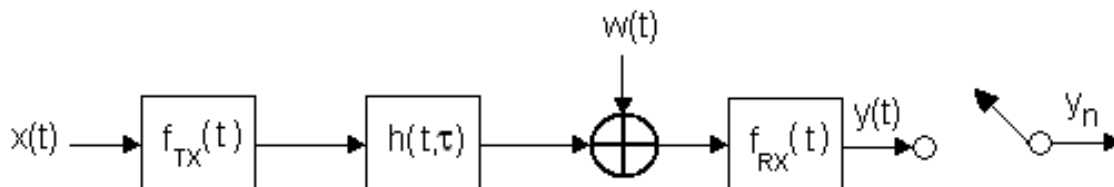


FIG. 2.3: Modelo de canal em banda básica com filtros de transmissão e recepção.



Considerando que os filtros de transmissão e de recepção obedecem ao critério de Nyquist, admitindo-se que  $\int_{-\infty}^{\infty} f_{RX}^2(t)dt = 1$ , e que a taxa de amostragem do receptor é igual à taxa de símbolos com sincronismo perfeito, o equivalente do canal em tempo discreto se torna

$$\mathbf{h}_n = [h_{n,0} \ h_{n,1} \ \dots \ h_{n,L-1}]^T \quad (2.21)$$

onde  $L$  é o comprimento do equivalente do canal medido em intervalos de símbolo.

A seqüência de amostras na entrada do equalizador é dada por:

$$y_n = \sum_{i=0}^{L-1} h_{n,i} x_{n-i} + w_n \quad (2.22)$$

onde  $w_n$  são amostras do ruído Gaussiano complexo filtrado, com  $\sigma_w^2 = N_0$  e  $\mathbf{x}_n = [x_n \ x_{n-1} \ \dots \ x_{n-L+1}]^T$  é o vetor de símbolos transmitidos.

Conforme o modelo de Watterson cada coeficiente  $h_{n,i}$  deve possuir um espectro Doppler Gaussiano. A geração de cada componente foi feita através do método de Monte-Carlo (MÜLLER,1994). Cada coeficiente é dado então por

$$h_{n,i} = \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{j2\pi\lambda_k t} \quad (2.23)$$

onde  $N$  é a ordem de simulação do modelo,  $a_n$  são variáveis aleatórias complexas Gaussianas com variância unitária e média nula representando amplitudes, e  $\lambda_n$  são variáveis aleatórias Gaussianas de média nula e desvio padrão igual à metade do espalhamento Doppler de acordo com (2.17), já que estas representam o desvio Doppler.

$N$  foi tomado como 20, e o canal foi normalizado multiplicando-se cada componente  $h_{n,i}$  por  $\sqrt{\frac{1}{L}}$ , fornecendo um perfil de potência plano, adotado pelos modelos de canal do ITU-R.

Para geração de um raio do canal são sorteadas  $N$  variáveis  $a_n$  e  $\lambda_n$ ,  $n = 1, \dots, N$ . Com este conjunto de variáveis gera-se um raio ao longo do tempo, variando-se apenas a variável  $t$ , que no caso de modelo de canal discreto assume valores  $t = nT_s$ , onde  $T_s$  é o período de símbolo. Para a geração de outro raio é necessário fazer-se outro sorteio (independente) das variáveis  $a_n$  e  $\lambda_n$ .

A modelagem dada por (2.22) só permite geração de retardos, entre os raios, múltiplos da taxa de símbolos. Para permitir a incorporação de retardos mais próximos ao desejado pode-se fazer uso de interpoladores e decimadores (inserção e remoção de zeros em uma seqüência), como visto na Figura 2.4. Os símbolos de entrada  $x_n$  são interpolados por

um fator  $M$  através de inserção de  $M - 1$  zeros entre símbolos. A seqüência passa então por um filtro de transmissão que possui resposta raiz de cosseno levantado, e sofre efeito do canal, que agora foi gerado com o intervalo entre os coeficientes igual a  $\frac{T_s}{M}$  permitindo retardos não-múltiplos de intervalos de símbolo. Finalmente a seqüência passa pelo filtro de recepção, que possui a mesma resposta que o de transmissão, e é decimada por um fator  $M$  antes de ser somado o ruído  $w_n$ .

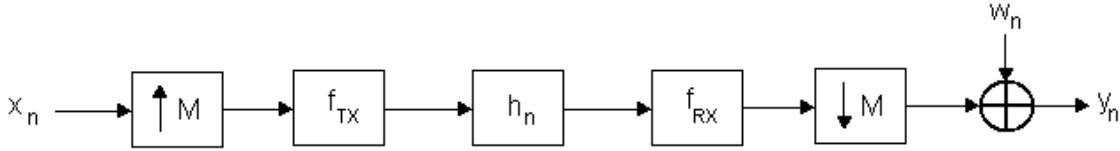


FIG. 2.4: Modelo de canal em tempo discreto com filtros de transmissão e recepção e uso de interpolação, permitindo retardos entre raios não-múltiplos do período de símbolo.

Para gerar os modelos de canais de teste previstos pela ITU-R são necessários apenas dois coeficientes de igual potência, ambos com  $f_d$  e retardos entre os raios de acordo com a Tabela 2.1. O canal deverá então ser normalizado multiplicando-se cada coeficiente por  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , já que como mencionado é adotado um perfil de potência plano.

Para o caso do canal ITU-R pobre, que foi adotado nas simulações, tem-se  $f_d = 1Hz$ , ou seja  $\sigma_f = 0,5$ , e retardo entre os raios de 2 ms. Para uma taxa de símbolos de 2400bps, o canal pode ser aproximado para um retardo de 2,1 ms o que evita o uso de interpoladores e decimadores, ficando a resposta ao impulso do canal dada por  $\mathbf{h}_n = [h_{n,0} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ h_{n,1}]^T$ .

## 2.4 CODIFICADOR / DECODIFICADOR SISO

Conforme representado no item (c) da Figura 2.1, um receptor utilizando processo iterativo tem a necessidade de trabalhar com blocos que recebam e forneçam informação suave (SISO). Como o foco do presente trabalho são os equalizadores, foi decidido fixar-se um tipo somente de decodificador SISO. O decodificador que apresenta desempenho ótimo no sentido da taxa de erro é o que utiliza o critério MAP.

Foi então escolhido o decodificador BCJR/MAP proposto em (L. BAHL, 1974), apesar de ter complexidade alta por se tratar de um decodificador baseado em treliça. Esta escolha porém garante majorar o desempenho do sistema utilizando-se os equalizadores trabalhados neste texto.

Uma implementação do decodificador BCJR é apresentada em (R. KOETTER, 2004).

## 2.5 INTERLEAVER / DEINTERLEAVER

O funcionamento dos equalizadores turbo prevê que os bits transmitidos sejam descorrelacionados. Isso porém não ocorre devido à correlação introduzida por parte do codificador.

São utilizados então blocos de *interleaver* e *deinterleaver* em locais apropriados do sistema, na tentativa de descorrelacionar os bits codificados transmitidos.

Em esquemas convencionais com situações de canais variantes no tempo, o (*de*)*interleaver* desempenha outro importante papel. É sabido que os codificadores convolucionais não apresentam bom desempenho em situações de surtos de erro. Tal situação é comum em canais na faixa de HF devido a desvanecimentos apresentados pelo mesmo. Pela quebra da seqüência temporal dos bits codificados na transmissão e seu realinhamento antes da decodificação, o conjunto *interleaver/deinterleaver* faz com que os erros nos bits transmitidos tendam a se espalhar no tempo, aprimorando o funcionamento do decodificador.

A escolha do *interleaver* a ser utilizado gera então grande impacto no desempenho final do sistema, já que *interleavers* maiores permitem um maior espalhamento dos erros porém introduzem maiores retardos de transmissão. A forma de entrelaçamento também é importante, já que quanto mais "aleatório" for melhor será o desempenho do sistema.

Alguns tipos de *interleaver* previstos são: o de bloco, apresentado em (J. G. PROAKIS, 1994), onde os bits são arrumados linha a linha em uma matriz e posteriormente retirados em colunas; o randômico, que embaralha os bits em uma seqüência aleatória a cada iteração; e o s-randômico, descrito em (R. KOETTER, 2004), que além de realizar um embaralhamento aleatório, garante uma separação mínima entre bits que eram vizinhos.

## 2.6 EQUALIZADOR SISO

Os primeiros equalizadores turbo utilizavam equalizadores SISO baseados no critério MAP. A complexidade computacional de tais equalizadores torna quase impeditiva a aplicação prática dos mesmos, já que para este caso a complexidade é proporcional a  $2^{QL}$ , onde  $Q$  é o número de bits por símbolo da modulação e  $L$  é o comprimento da resposta ao impulso do canal medida em intervalos de símbolo.

Na busca por equalizadores SISO de menor complexidade, utilizaram-se algoritmos de desempenho inferior baseados em cancelamento suave de intererência intersimbólica e

filtros lineares, como visto em (C. LAOT, 2001) e (M. TÜCHLER, 2002a).

No caso de canais variantes no tempo, torna-se necessário realizar a estimação do canal a cada instante de tempo. Entretanto, a estimação e equalização conjuntas torna-se novamente uma operação complexa. A solução para manter o nível de complexidade baixo consiste em operar com um estimador de canal em separado, que fornecerá ao equalizador a estimativa de canal e ainda pode fornecer a estimativa da variância do erro de estimação da saída do canal, que engloba além do ruído o efeito do erro de estimação dos coeficientes da resposta ao impulso do canal, como pode ser visto na Figura 2.5.

O estimador é baseado em um filtro adaptativo que recebe como entrada valores aqui denotados por  $\bar{z}_n$ . Como os símbolos transmitidos são alternados entre símbolos de dados  $x_n$  (desconhecidos) e símbolos de treinamento  $t_n$  (conhecidos),  $\bar{z}_n = t_n$  para períodos de treinamento e  $\bar{z}_n = \bar{x}_n$  para períodos de dados, onde  $\bar{x}_n$  é a média *a priori* calculada a partir da LLR de entrada. O filtro então adapta seus coeficientes em função do sinal de erro  $e_n$  que é a diferença entre a saída do filtro e a amostra obtido do canal.

Os coeficientes  $\hat{\mathbf{h}}_n$  são uma estimativa dos coeficientes do canal, já que durante períodos de treinamento o filtro recebe em sua entrada os símbolos transmitidos pelo canal e tenta aproximar a sua saída das amostras recebidas. Durante períodos de transmissão de dados, os símbolos transmitidos não são conhecidos e assim usa-se a média da informação *a priori* na tentativa de se manter  $\hat{\mathbf{h}}_n$  atualizado. Conforme a informação suave de entrada passa a ser mais confiável  $\bar{x}_n$  se aproxima de  $x_n$  e a estimativa do canal é melhorada.

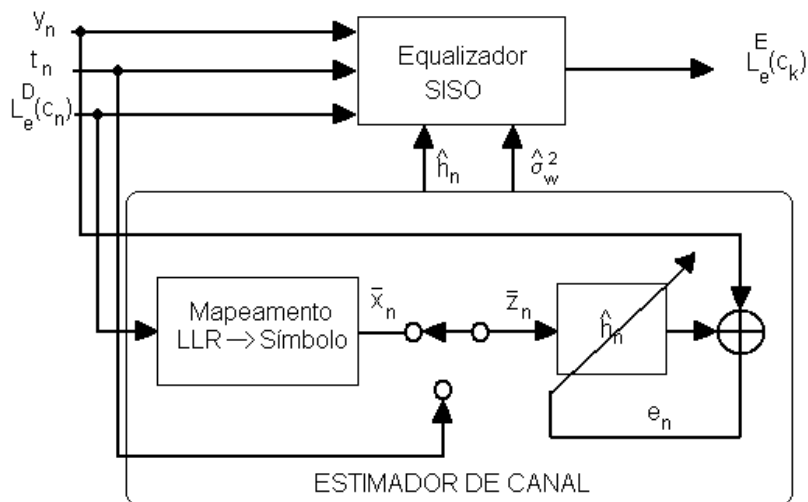


FIG. 2.5: Equalizador SISO implementando separadamente estimação de canal e equalização.

## 2.7 AVALIAÇÃO QUALITATIVA DE DESEMPENHO (CARTAS EXIT)

Neste trabalho serão utilizadas as Cartas EXIT para avaliar qualitativamente o desempenho dos módulos SISO utilizados no turbo equalizador. Esta ferramenta proposta em (BRINK, 1999), foi adaptada para uso em equalizadores turbo em (M. TÜCHLER, 2002a).

Pode-se ver no modelo de receptor mostrado na Figura 2.1 (c) que ocorre uma troca constante de informação extrínseca entre equalizador e decodificador ao longo das iterações realizadas. Modelando-se a informação extrínseca é possível gerar a entrada para cada módulo de maneira independente e avaliar a qualidade de sua saída a partir de amostras obtidas por simulação.

Considera-se que as LLR de entrada de um módulo,  $L_{i,n}$ , sejam variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com densidade de probabilidade condicional Gaussiana dado  $c'_n$  (que assume o valor  $+1$  caso o bit equivalente a  $L_{i,n}$  seja 0 e o valor  $-1$  caso o bit seja 1), com variância  $\sigma_i^2$  e média  $c'_n \frac{\sigma_i^2}{2}$ . desta forma tem-se:

$$p_{L_{i,n}}(l_{i,n} | c'_n = \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} e^{-\frac{(l_{i,n} \mp \frac{\sigma_i^2}{2})^2}{2\sigma_i^2}} \quad (2.24)$$

A consideração acima é motivada pela análise da transmissão de sinais antipodais em um canal AWGN, onde as amostras geradas no receptor são dadas pelo símbolo transmitido acrescido de um ruído branco Gaussiano, e a razão de verossimilhança<sup>4</sup> das observações pode ser calculada como:

$$\begin{aligned} L(c_n) &= \ln \left( \frac{p(y_n | c'_n = +1)}{p(y_n | c'_n = -1)} \right) \\ &= -\frac{(y_n - 1)^2}{2\sigma_w^2} + \frac{(y_n + 1)^2}{2\sigma_w^2} \\ &= \frac{2}{\sigma_w^2} y_n \end{aligned} \quad (2.25)$$

sendo  $y_n$  uma amostra na entrada do receptor e  $\sigma_w^2$  a variância da ruído.

Logo, as LLR terão, neste caso, densidade de probabilidade condicional Gaussiana tal como descrito em (2.24), com variância  $\frac{4}{\sigma_n^2}$  e média condicional  $\frac{\sigma_i^2}{2} c'_n$ . Ou seja, com média condicional igual, em módulo, à metade da variância.

Em (M. TÜCHLER, 2002a) é mostrado que esta relação entre média e variância condicionais também é válida para a saída do equalizador. O mesmo artigo ainda observa

---

<sup>4</sup>Deve-se notar que aqui o termo "razão de verossimilhança" está empregado em seu sentido clássico.

que esta relação vale para o decodificador BCJR.

É importante salientar que as aproximações feitas são válidas quando  $Cov(x_n, x_m) = 0$ ,  $\forall n \neq m$  e quando as LLR *a priori*  $L_{i,n}$  são IID, condições estas que para serem satisfeitas requerem um *interleaver* ideal, ou seja, com seu tamanho tendendo a infinito.

Com base nas aproximações acima pode-se considerar um bloco SISO como um módulo que recebe uma seqüência de LLR de entrada Gaussiana com variância  $\sigma_i^2$  e gera uma outra seqüência de LLR de saída, também Gaussiana, com variância  $\sigma_o^2$ , onde maior valor de variância representa maior confiabilidade das LLR.

Uma curva  $\sigma_i^2 \times \sigma_o^2$  caracterizaria portanto, de forma aproximada, o comportamento de um módulo SISO. Porém, como  $\sigma^2 \in [0, +\infty[$  esta grandeza não seria muito conveniente para levantamento de gráficos. Desta maneira, escolheu-se outro parâmetro mais adequado para tal finalidade, qual seja, a informação mútua (CARLSON,1986). Tal parâmetro pode ser entendido como uma medida de informação média que é transferida quando a variável aleatória  $C$  é transmitida e  $L$  é recebida pelo equalizador.

A informação mútua pode ser definida como:

$$I(L; C) = \frac{1}{2} \sum_{c \in \{+1, -1\}} \int_{-\infty}^{\infty} p_L(l|c) \log_2 \frac{2p_L(l|c)}{p_L(l+1) + p_L(l-1)} dl \quad (2.26)$$

onde  $I(L; C) \in [0, 1]$ , sendo que  $I = 0$  corresponde a  $\sigma^2 = 0$  e  $I = 1$  a  $\sigma^2 \rightarrow \infty$ .

Os parâmetros que serão levantados para o traçado da Carta EXIT serão nos seguintes pontos: na entrada do equalizador, denotado por  $I_i^E = I(L_e^D(c_n); c_n)$ ; na saída do equalizador,  $I_o^E = I(L_e^E(c_n); c_n)$ ;  $I_i^D = I(L_e^E(c_k); c_k)$ , na entrada do decodificador e  $I_o^D = I(L_e^D(c_k); c_k)$ , na saída do decodificador.

Para entender o fluxo de informação mútua entre equalizador e decodificador basta notar que  $I_i^E = I_o^D$  e  $I_i^D = I_o^E$ .

Um exemplo de representação de Carta EXIT pode ser visto na Figura 2.6. O processo de troca de informação mútua entre equalizador e decodificador se inicia com o equalizador recebendo  $I_i^E = 0$  para todo  $c_n$ , o que equivale ao desconhecimento total sobre os bits codificados. Após o processamento, o equalizador entrega em sua saída um valor de informação mútua  $I_o^E \neq 0$ . O ganho de informação do equalizador é representado na Carta EXIT como setas verticais.

O decodificador por sua vez recebe como entrada a informação mútua  $I_i^D = I_o^E$  e entrega em sua saída  $I_o^D$ . Este processo é representado na Carta EXIT como setas horizontais, já que a função de transferência de informação do decodificador é colocada nas cartas EXIT com os eixos trocados.

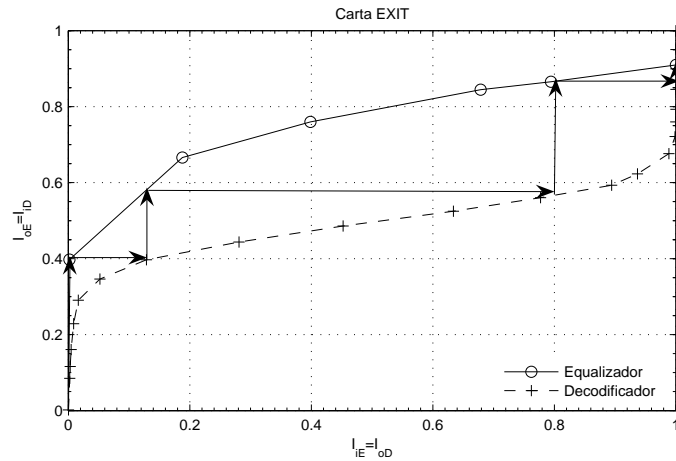


FIG. 2.6: Exemplo de fluxo de informação de um processo iterativo representado por Carta EXIT.

Cada conjunto seta vertical/seta horizontal representa uma passagem pelo bloco equalizador/decodificador, ou seja, uma iteração. Define-se a primeira troca de informação do conjunto como sendo a iteração zero.

Desta maneira o fluxo de informação trocada entre equalizador e decodificador no processo iterativo do equalizador turbo é representado nas Cartas EXIT pelo caminho marcado por setas na Figura 2.6. O maior valor de informação alcançado no processamento iterativo corresponde ao ponto de intersecção entre as duas curvas características.

## 3 EQUALIZADORES LINEARES SISO PARA TURBO EQUALIZAÇÃO

### 3.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo 2 foi explicitada a necessidade de estimar a resposta ao impulso de canais variantes no tempo a cada instante, como solução para evitar a equalização e estimação conjuntas, mantendo uma baixa complexidade no algoritmo final. Neste capítulo será detalhado o estimador utilizado nos equalizadores deste trabalho.

Serão descritos, ainda, algoritmos de equalizadores lineares SISO, e será discutida a sua aplicabilidade para canal variante no tempo. Inicialmente, serão analisados algoritmos propostos em (M. TÜCHLER, 2002a) e (C. LAOT, 2001). Será apresentado, ainda, um equalizador linear SISO proposto em (M. TÜCHLER, 2002c), que foi deduzido para canais variantes. Finalmente, serão apresentados os dois algoritmos sub-ótimos, propostos nesta dissertação, com o intuito de reduzir a complexidade computacional sem apresentar grande degradação de desempenho de taxa de erro de bit quando comparados aos demais.

### 3.2 EQUALIZADOR MMSE

Nesta seção será detalhada a concepção de equalizadores baseados no critério MMSE (de, *Minimum Mean Squared Error*) para situações de canais invariantes e variantes no tempo.

#### 3.2.1 CANAL INVARIANTE CONHECIDO

Em (M. TÜCHLER, 2002a) foi proposto um algoritmo de equalizador SISO chamado de MMSE, já que busca minimizar a função custo  $E(|x_n - \hat{x}_n|^2)$ , ou seja, o EMQ (de Erro Médio Quadrático).<sup>5</sup>

Para redução de complexidade objetiva-se um equalizador utilizando filtros lineares. Obtém-se, então, uma estimativa do símbolo transmitido  $x_n$  a partir de  $N = N_1 + N_2 + 1$

---

<sup>5</sup>Como no caso de canal invariante conhecido não é necessária a retransmissão periódica de símbolos de treinamento então a seqüência de símbolos transmitidos é  $z_n = x_n$ , sendo a última representação usada nesta seção.



símbolos  $y_n$  recebidos pelo equalizador. A estimativa linear  $\hat{x}_n$  será dada por

$$\hat{x}_n = \mathbf{a}_n^H \mathbf{y}_n + b_n \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{y}_n \triangleq [y_{n-N_2} \cdots y_n \cdots y_{n+N_1}]^T$  e  $\mathbf{a}_n \triangleq [a_{n,N_2}^* \ a_{n,N_2-1}^* \cdots a_{n,0}^* \cdots a_{n,-N_1}^*]^T$ . Os valores complexos  $a_{n,i}$  e  $b_n$  são os coeficientes do filtro, e os parâmetros  $N_1$  e  $N_2$  são, respectivamente, a parte não-causal e causal do estimador.

Adotando o critério MMSE tem-se, de acordo com (PROAKIS, 1995), que:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_n &= Cov(\mathbf{y}_n, \mathbf{y}_n)^{-1} Cov(\mathbf{y}_n, x_n) \\ b_n &= E(x_n) - \mathbf{a}_n^H E(\mathbf{y}_n) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Substituindo (3.2) em (3.1):

$$\hat{x}_n = E(x_n) + Cov(x_n, \mathbf{y}_n) Cov(\mathbf{y}_n, \mathbf{y}_n)^{-1} [\mathbf{y}_n - E(\mathbf{y}_n)] \quad (3.3)$$

O vetor de amostras na entrada do equalizador pode ser expresso por:

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{H} \mathbf{x}_n + \mathbf{w}_n \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{x}_n \triangleq [x_{n-N_2-L+1} \cdots x_n \cdots x_{n+N_1}]^T$  é um vetor de símbolos transmitidos,  $\mathbf{w}_n \triangleq [w_{n-N_2} \cdots w_n \cdots w_{n+N_1}]^T$  é o ruído adicionado às saídas do canal, e  $\mathbf{H}$  é uma matriz de convolução de dimensões  $N \times (N + L - 1)$  dada por:

$$\mathbf{H} \triangleq \begin{bmatrix} h_{L-1} & h_{L-2} & \cdots & h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_{L-1} & h_{L-2} & \cdots & h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & & & & \\ 0 & & \cdots & 0 & h_{L-1} & h_{L-2} & \cdots & h_0 \end{bmatrix}_{N \times (N+L-1)} \quad (3.5)$$

onde os valores  $h_i$  são os coeficientes do canal equivalente como em (2.21), sem o índice de tempo subscrito, já que os coeficientes não variam no tempo.

Neste ponto é importante detalhar o funcionamento do modulador. Cada conjunto  $\mathbf{c}_n \triangleq [c_{n,1} c_{n,2} \cdots c_{n,Q}]$  de bits codificados  $c_{n,j}$  é mapeado em um símbolo  $x_n$  do alfabeto  $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{2^Q}\}$ , onde  $\alpha_i$  corresponde à seqüência de bits  $\mathbf{s}_i \triangleq [s_{i,1} \ s_{i,2} \ \cdots \ s_{i,Q}]$ , para uma modulação  $2^Q$ -ária.

Para obtenção da estimativa  $\hat{x}_n$  serão necessárias a média e a variância dos símbolos transmitidos, que são funções da informação *a priori*  $L(c_{n,j})$ :

$$\bar{x} \triangleq E(x_n) = \sum_{\alpha_i \in S} \alpha_i P(x_n = \alpha_i) \quad (3.6)$$

$$v_n \triangleq Cov(x_n, x_n) = \left( \sum_{\alpha_i \in S} |\alpha_i|^2 P(x_n = \alpha_i) \right) - |\bar{x}_n|^2 \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} P(x_n = \alpha_i) &= \prod_{j=1}^Q P(c_{n,j} = s_{i,j}) \\ &= \prod_{j=1}^Q \frac{1}{2} \left( 1 + \tilde{s}_{i,j} \tanh \left( \frac{L(c_{n,j})}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde

$$\tilde{s}_{i,j} \triangleq \begin{cases} +1, & s_{i,j} = 0 \\ -1, & s_{i,j} = 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

Como os bits codificados são considerados independentes, os símbolos  $x_n$  também o serão, e assim  $Cov(x_i, x_j) = 0 \forall i, j, i \neq j$ . Desta forma, a matriz covariância  $Cov(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_n)$  terá componentes não-nulas somente em sua diagonal principal. Dado (3.4) e sabendo-se que  $w_n$  são amostras de um processo branco de média nula, tem-se:

$$\bar{\mathbf{x}}_n = E(\mathbf{x}_n) = [\bar{x}_{n-N_2-L+1} \cdots \bar{x}_n \cdots \bar{x}_{n+N_1}]^T \quad (3.10)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_n = E(\mathbf{y}_n) = \mathbf{H}E(\mathbf{x}_n) = \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_n \quad (3.11)$$

Definindo

$$\mathbf{V}_n \triangleq Cov(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_n) = \text{diag}([v_{n-N_2-L+1} \cdots v_n \cdots v_{n+N_1}]) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{s} \triangleq \mathbf{H}[\mathbf{0}_{1 \times (N_2+L-1)} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0}_{1 \times N_1}]^T \quad (3.13)$$

pode-se calcular:

$$\begin{aligned} Cov(x_n, \mathbf{y}_n) &= E(x_n \cdot \mathbf{y}_n^H) - E(x_n)E(\mathbf{y}_n^H) \\ &= E(x_n \cdot \mathbf{x}_n^H) \mathbf{H}^H - E(x_n)E(\mathbf{x}_n^H) \mathbf{H}^H \\ &= Cov(x_n, \mathbf{x}_n) \mathbf{H}^H \\ &= Cov(x_n, x_n) [\mathbf{0}_{1 \times N_2+L-1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0}_{1 \times N_1}] \mathbf{H}^H \\ &= v_n \mathbf{s}^H \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_n &\triangleq Cov(\mathbf{y}_n, \mathbf{y}_n) \\ &= E(\mathbf{y}_n \cdot \mathbf{y}_n^H) - E(\mathbf{y}_n)E(\mathbf{y}_n^H) \\ &= E[(\mathbf{H}\mathbf{x}_n + \mathbf{w}_n)(\mathbf{x}_n^H \mathbf{H}^H + \mathbf{w}_n^H)] - \mathbf{H}E(\mathbf{x}_n)E(\mathbf{x}_n^H) \mathbf{H}^H \\ &= \mathbf{H}Cov(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_n) \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I}_N \\ &= \mathbf{H}\mathbf{V}_n \mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde se usou o fato de que  $w_n$  são amostras de um processo branco.

Substituindo (3.10), (3.11), (3.14) e (3.15) em (3.3), chega-se a:

$$\begin{aligned}\hat{x}_n &= \bar{\mathbf{x}}_n + v_n \mathbf{s}^H \boldsymbol{\Sigma}_n^{-1} [\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n] \\ &= \bar{\mathbf{x}}_n + v_n \mathbf{f}_n^H [\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n]\end{aligned}\quad (3.16)$$

$$\mathbf{f}_n \triangleq \boldsymbol{\Sigma}_n^{-1} \mathbf{s} \quad (3.17)$$

A geração da estimativa  $\hat{x}_n$  equivale a filtrar a diferença  $(\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n)$  com um filtro linear de  $N$  coeficientes dados por  $f_{n,k}$ ,  $k$  variando de  $-N_1$  a  $N_2$ , multiplicar o resultado por  $v_n$  e adicionar  $\bar{x}_n$ .

Um equalizador SISO deve, no entanto, fornecer LLR *a posteriori* dos bits codificados em sua saída. Um equalizador baseado no critério MAP realiza tal cálculo como:

$$\begin{aligned}L(c_{n,j}|\mathbf{y}) &\triangleq \ln \frac{P(c_{n,j} = 0|\mathbf{y})}{P(c_{n,j} = 1|\mathbf{y})} \\ &= \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_{n,j}=0} p(\mathbf{y}|\mathbf{c})P(\mathbf{c})}{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_{n,j}=1} p(\mathbf{y}|\mathbf{c})P(\mathbf{c})}\end{aligned}\quad (3.18)$$

Que pode ser escrita como a soma:

$$\ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_{n,j}=0} p(\mathbf{y}|\mathbf{c}) \prod_{\forall n',j' \text{ exceto } n',j'=j} P(c_{n',j'})}{\sum_{\forall \mathbf{c}: c_{n,j}=1} p(\mathbf{y}|\mathbf{c}) \prod_{\forall n',j' \text{ exceto } n',j'=j} P(c_{n',j'})} + L(c_{n,j}) \quad (3.19)$$

Conforme visto em (2.4) o primeiro termo da soma anterior refere-se à informação extrínseca, enquanto o segundo termo é a informação *a priori* na entrada do equalizador.

Como (3.18) é muito dispendiosa computacionalmente, o equalizador descrito calcula as estimativas  $\hat{x}_n$  dos símbolos  $x_n$  de acordo com (3.16), e a partir destas obtém as LLR *a posteriori* em relação a  $\hat{x}_n$ :

$$\begin{aligned}L(c_{n,j}|\hat{x}_n) &\triangleq \ln \frac{P(c_{n,j} = 0|\hat{x}_n)}{P(c_{n,j} = 1|\hat{x}_n)} \\ &= \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{c}_n: c_{n,j}=0} p(\hat{x}_n|\mathbf{c}_n)P(\mathbf{c}_n)}{\sum_{\forall \mathbf{c}_n: c_{n,j}=1} p(\hat{x}_n|\mathbf{c}_n)P(\mathbf{c}_n)}\end{aligned}\quad (3.20)$$

Tais LLR podem ser vistas como uma aproximação de  $L(c_{n,j}|\mathbf{y})$  e podem ser escritas como:

$$L(c_{n,j}|\hat{x}_n) = \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{c}_n: c_{n,j}=0} p(\hat{x}_n|\mathbf{c}_n) \prod_{\forall j': j' \neq j} P(c_{n,j'})}{\sum_{\forall \mathbf{c}_n: c_{n,j}=1} p(\hat{x}_n|\mathbf{c}_n) \prod_{\forall j': j' \neq j} P(c_{n,j'})} + L(c_{n,j}) \quad (3.21)$$

Onde o primeiro termo da soma equivale à informação extrínseca  $L_e^E(c_{n,j})$ .

É importante salientar que a informação extrínseca  $L_e^E(c_{n,j})$ , não pode ser função de  $L(c_{n,j})$ . Entretanto,  $\hat{x}_n$  depende de  $L(c_{n,j})$  através de  $\bar{x}_n$  e  $v_n$ . Sendo assim, para que a

condição de independência seja satisfeita deve-se fazer  $L(c_{n,j}) = 0$ ,  $j = 1, \dots, Q$  para o cálculo de  $\hat{x}_n$ , o que equivale a fazer  $\bar{x}_n = 0$  e  $v_n = 1$ . Logo, (3.16) passa a ser:

$$\begin{aligned}\hat{x}_n &= 0 + 1 \cdot \mathbf{f}'_n{}^H [\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n + (\bar{x}_n - 0)\mathbf{s}] \\ \mathbf{f}'_n &\triangleq \mathbf{f}_n|_{v_n=1} = [\boldsymbol{\Sigma}_k + (1 - v_n)\mathbf{s}\mathbf{s}^H]^{-1}\mathbf{s}\end{aligned}\quad (3.22)$$

O vetor de coeficientes  $\mathbf{f}'_n$  pode ser reescrito como a seguir, usando-se o lema de inversão de matrizes (KAY, 1993)

$$\begin{aligned}\mathbf{f}'_n &= \{\boldsymbol{\Sigma}_n^{-1} - \boldsymbol{\Sigma}_n^{-1}\mathbf{s}[\mathbf{s}^H\boldsymbol{\Sigma}_n^{-1}\mathbf{s} + (1 - v_n)^{-1}]^{-1}\mathbf{s}^H\boldsymbol{\Sigma}_n^{-1}\}\mathbf{s} \\ &= \mathbf{f}_n - \mathbf{f}_n[\mathbf{f}_n^H\mathbf{s} + (1 - v_n)^{-1}]^{-1}\mathbf{f}_n^H\mathbf{s} \\ &= \left[1 - \frac{\mathbf{f}_n^H\mathbf{s}}{\mathbf{f}_n^H\mathbf{s} + \frac{1}{(1-v_n)}}\right]\mathbf{f}_n \\ &= [1 + (1 - v_n)\mathbf{f}_n^H\mathbf{s}]^{-1}\mathbf{f}_n \\ &= K_n \cdot \mathbf{f}_n\end{aligned}\quad (3.23)$$

sendo  $K_n \triangleq [1 + (1 - v_n)\mathbf{f}_n^H\mathbf{s}]^{-1}$ .

Obtém-se assim  $\mathbf{f}'_n$  como o produto de  $\mathbf{f}_n$  por um escalar. A estimativa  $\hat{x}_n$  pode então ser expressa por:

$$\hat{x}_n = K_n \cdot \mathbf{f}_n^H (\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n + \bar{x}_n\mathbf{s}) \quad (3.24)$$

Considera-se que as funções densidade de probabilidade condicional  $p(\hat{x}_n|\mathbf{c}_n = \mathbf{s}_i) = p(\hat{x}_n|x_n = \alpha_i)$ ,  $i = 1, \dots, 2^Q$  são Gaussianas de média  $\mu_{n,i} \triangleq E(\hat{x}_n|x_n = \alpha_i)$  e variância  $\sigma_{n,i}^2 \triangleq Cov(\hat{x}_n, \hat{x}_n|x_n = \alpha_i)$ , com tais estatísticas dadas por:

$$\begin{aligned}\mu_{n,i} &= K_n \cdot \mathbf{f}_n^H [E(\mathbf{y}_n|x_n = \alpha_i) - \bar{\mathbf{y}}_n + \bar{x}_n\mathbf{s}] \\ &= K_n \cdot \mathbf{f}_n^H [\mathbf{H}E(\mathbf{x}_n|x_n = \alpha_i) - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_n + \bar{x}_n\mathbf{s}] \\ &= K_n \cdot \alpha_i \cdot \mathbf{f}_n^H\mathbf{s}\end{aligned}\quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{n,i}^2 &= K_n^2 \cdot \mathbf{f}_n^H Cov(\mathbf{y}_n, \mathbf{y}_n|x_n = \alpha_i)\mathbf{f}_n \\ &= K_n^2 \cdot \mathbf{f}_n^H (\boldsymbol{\Sigma}_n - v_n\mathbf{s}\mathbf{s}^H)\mathbf{f}_n \\ &= K_n^2 \cdot (\mathbf{f}_n^H\mathbf{s} - v_n\mathbf{f}_n^H\mathbf{s}\mathbf{s}^H\mathbf{f}_n) \\ &= K_n^2 \cdot \mathbf{f}_n^H\mathbf{s}(1 - v_n\mathbf{s}^H\mathbf{f}_n),\end{aligned}\quad (3.26)$$

que não varia com  $i$ .

Utilizando (3.21) pode-se calcular a informação extrínseca de saída:

$$\begin{aligned}
L_e^E(c_{n,j}) &= \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{s}_i: s_{i,j}=0} p(\hat{x}_n | \mathbf{c}_n = \mathbf{s}_i) \prod_{\forall j': j' \neq j} P(c_{n,j'} = s_{i,j'})}{\sum_{\forall \mathbf{s}_i: s_{i,j}=1} p(\hat{x}_n | \mathbf{c}_n = \mathbf{s}_i) \prod_{\forall j': j' \neq j} P(c_{n,j'} = s_{i,j'})} \\
&= \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{s}_i: s_{i,j}=0} \exp\left(-\rho_{n,i} + \sum_{\forall j': j' \neq j} \tilde{s}_{i,j'}\right)}{\sum_{\forall \mathbf{s}_i: s_{i,j}=1} \exp\left(-\rho_{n,i} + \sum_{\forall j': j' \neq j} \tilde{s}_{i,j'}\right)} \quad (3.27)
\end{aligned}$$

onde

$$\rho_{n,i} \triangleq \frac{|\hat{x}_n - \mu_{n,i}|^2}{\sigma_{n,i}^2} = \frac{|\mathbf{f}_n^H (\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n + \bar{x}_n \mathbf{s}) - \alpha_i \mathbf{f}_n^H \mathbf{s}|^2}{\mathbf{f}_n^H \mathbf{s} - v_n \mathbf{f}_n^H \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{f}_n} \quad (3.28)$$

Na Figura 3.1 pode ser visto um diagrama em blocos da estrutura do equalizador MMSE, quando o canal é conhecido e invariante.

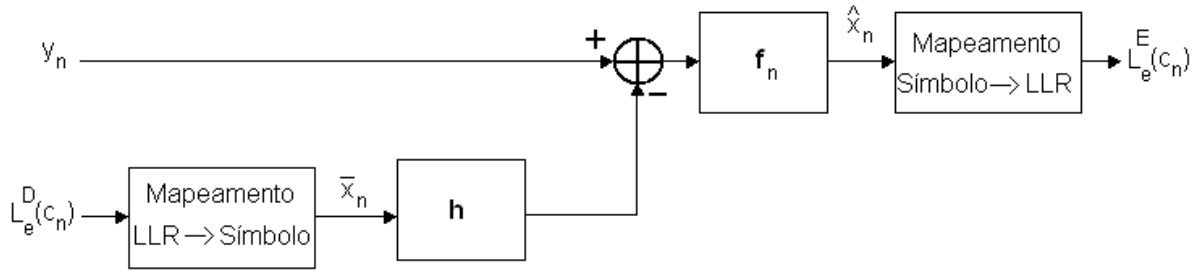


FIG. 3.1: Estrutura de um equalizador SISO MMSE para canais invariantes e conhecidos.

Pelo equacionamento apresentado percebe-se que  $\mathbf{f}_n$  deverá ser calculado para cada instante de tempo, já que a informação *a priori* varia com o tempo. Se o cálculo da informação *a posteriori* for realizado diretamente conforme as equações anteriores, a complexidade será proporcional a  $N^3$ , já que existirá a demanda por se calcular uma inversa de  $\Sigma_n$  a cada instante de tempo.

Uma solução para redução de complexidade consiste em utilizar um particionamento adequado da matriz  $\Sigma$  que permita explorar sua estrutura de dependência com o tempo de modo a não efetuar o cálculo da inversa, mas sim realizar uma atualização a partir de um valor prévio. Particionando as matrizes  $\Sigma_k^{-1}$  e  $\Sigma_{k+1}^{-1}$  e empregando os sub-índices  $P$  e  $F$  para denotar presente e futuro, respectivamente, tem-se:

$$\Sigma_k \triangleq \begin{bmatrix} \sigma_P & \sigma_P^H \\ \sigma_P & \Sigma_P \end{bmatrix}; \quad \Sigma_{k+1} \triangleq \begin{bmatrix} \Sigma_F & \sigma_F \\ \sigma_F^H & \sigma_F \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

A partir das definições acima e da equação (3.15), chega-se à conclusão de que  $\Sigma_F = \Sigma_P$ .

Um esquema similar de particionamento de matrizes pode ser feito com as inversas de  $\Sigma_k$  e  $\Sigma_{k+1}$ , ou seja:

$$\Sigma_k^{-1} \triangleq \mathbf{U}_k \triangleq \begin{bmatrix} u_P & \mathbf{u}_P^H \\ \mathbf{u}_P & \mathbf{U}_P \end{bmatrix}; \quad \Sigma_{k+1}^{-1} \triangleq \mathbf{U}_{k+1} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{U}_F & \mathbf{u}_F \\ \mathbf{u}_F^H & u_F \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Resolvendo a equação  $\Sigma_k \mathbf{U}_k = \mathbf{I}_N$ , pode-se obter  $\Sigma_P^{-1}$ , da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \Sigma_k \cdot \mathbf{U}_k = \mathbf{I}_N &\Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_P & \sigma_P^H \\ \sigma_P & \Sigma_P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_P & \mathbf{u}_P^H \\ \mathbf{u}_P & \mathbf{U}_P \end{bmatrix} = \mathbf{I}_N \\ \begin{cases} \sigma_P \mathbf{u}_P^H + \Sigma_P \mathbf{U}_P = \mathbf{I}_{N-1} \\ \Sigma_P \mathbf{u}_P + \sigma_P u_P = \mathbf{0}_{N-1} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \Sigma_P^{-1} = \Sigma_P^{-1} \sigma_P \mathbf{u}_P^H + \mathbf{U}_P \\ \Sigma_P^{-1} \sigma_P = -\frac{\mathbf{u}_P}{u_P} \end{cases} \\ &\Sigma_P^{-1} = \mathbf{U}_P - \frac{\mathbf{u}_P \mathbf{u}_P^H}{u_P} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Utilizando (3.15) e (3.29), pode-se expressar  $\sigma_F$  e  $\sigma_F$  por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_F \\ \sigma_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N-1} \\ \sigma_n^2 \end{bmatrix} + \mathbf{H} \mathbf{V}_{k+1} \mathbf{H}^H \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N-1} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Com o intuito de facilitar cálculos futuros, define-se  $\sigma'_F \triangleq \Sigma_F^{-1} \sigma_F$ . Sabendo-se que  $\Sigma_F^{-1} = \Sigma_P^{-1}$ , e tendo calculado  $\sigma_F$  e  $\sigma_F$ , é possível resolver a equação  $\Sigma_{k+1} \mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{I}_N$ , da forma que se segue:

$$\begin{aligned} \Sigma_{k+1} \cdot \mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{I}_N &\Rightarrow \begin{bmatrix} \Sigma_F & \sigma_F \\ \sigma_F^H & \sigma_F \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_F & \mathbf{u}_F \\ \mathbf{u}_F^H & u_F \end{bmatrix} = \mathbf{I}_N \\ \begin{cases} \Sigma_F \mathbf{u}_F + \sigma_F u_F = \mathbf{0}_{N-1} \\ \sigma_F^H \mathbf{u}_F + \sigma_F u_F = 1 \\ \Sigma_F \mathbf{U}_F + \sigma_F \mathbf{u}_F^H = \mathbf{I}_{N-1} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{u}_F = -u_F \sigma'_F \\ u_F = \frac{1}{\sigma_F - \sigma_F^H \sigma'_F} \\ \mathbf{U}_F = \Sigma_F^{-1} + u_F^H \sigma'_F \sigma'^H_F \end{cases} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Obtidas as sub-matrizes  $\mathbf{u}_F$ ,  $u_F$  e  $\mathbf{U}_F$ , pode-se compor a matriz  $\mathbf{U}_{k+1}$ . Com isto, fica estabelecido um processo de cálculo recursivo de  $\mathbf{U}_k = \Sigma_k^{-1}$ . Para início deste processo, é preciso que se calcule  $\mathbf{U}_0 = \Sigma_0^{-1} = (\sigma_n^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{H} \mathbf{V}_0 \mathbf{H}^H)^{-1}$ .

### 3.2.2 CANAL VARIANTE

O algoritmo demonstrado na seção anterior supõe conhecimento da resposta ao impulso do canal, tornando desnecessário sua estimação. Nesta seção, além de variante no tempo, o canal é considerado desconhecido. Em (M. TÜCHLER, 2002c) foi deduzido um algoritmo MMSE para canais variantes desconhecidos.

Denotando o vetor de coeficientes da resposta ao impulso do canal no instante  $n$  por

$$\mathbf{h}_n \triangleq [h_{n,0} \ h_{n,1} \ \cdots \ h_{n,L-1}]^T \quad (3.34)$$

pode-se redefinir a matriz de convolução em (3.5) como:

$$\mathbf{H}_n \triangleq \begin{bmatrix} h_{n,L-1} & h_{n,L-2} & \cdots & h_{n,0} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_{n,L-1} & h_{n,L-2} & \cdots & h_{n,0} & 0 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & & & & \\ 0 & & \cdots & 0 & h_{n,L-1} & h_{n,L-2} & \cdots & h_{n,0} \end{bmatrix}_{N \times (N+L-1)} \quad (3.35)$$

Porém  $\mathbf{h}_n$  não é conhecido e deve-se utilizar uma estimativa  $\hat{\mathbf{h}}_n$ . Assim tem-se uma matriz de convolução estimada, dada por:

$$\hat{\mathbf{H}}_n \triangleq \begin{bmatrix} \hat{h}_{n,L-1} & \hat{h}_{n,L-2} & \cdots & \hat{h}_{n,0} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{h}_{n,L-1} & \hat{h}_{n,L-2} & \cdots & \hat{h}_{n,0} & 0 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & & & & \\ 0 & & \cdots & 0 & \hat{h}_{n,L-1} & \hat{h}_{n,L-2} & \cdots & \hat{h}_{n,0} \end{bmatrix}_{N \times (N+L-1)} \quad (3.36)$$

Quando o canal é estimado pode-se definir um erro que engloba uma parcela devido ao ruído e outra devido ao erro de estimação do canal que é definido como

$$e_n = y_n - \sum_{i=0}^{L-1} \hat{h}_{n,i} z_{n-i} \quad (3.37)$$

cuja variância é aqui denotada por  $\sigma_{e,n}^2$ . Note-se que esta variância depende do índice  $n$ .

A estimativa de símbolos transmitidos usando o critério MMSE é dada por uma expressão idêntica a (3.3), usando-se  $z_n$  em lugar de  $x_n$ , por estarem sendo transmitidos também símbolos de treinamento. Assim, tem-se:

$$\hat{z}_n = E(z_n) + Cov(z_n, \mathbf{y}_n) Cov(\mathbf{y}_n, \mathbf{y}_n)^{-1} [\mathbf{y}_n - E(\mathbf{y}_n)] \quad (3.38)$$

Definindo  $\mathbf{e}_n \triangleq [e_{n-N_2} \ \cdots \ e_n \ \cdots \ e_{n+N_1}]^T$  e rededuzindo (3.15) para o caso de canal variante, tem-se:

$$\begin{aligned} \Sigma_n &\triangleq Cov(\mathbf{y}_n, \mathbf{y}_n) \\ &= E(\mathbf{y}_n \cdot \mathbf{y}_n^H) - E(\mathbf{y}_n) E(\mathbf{y}_n^H) \\ &= E[(\hat{\mathbf{H}}_n \mathbf{z}_n + \mathbf{e}_n)(\mathbf{z}_n^H \hat{\mathbf{H}}_n^H + \mathbf{e}_n^H)] - \hat{\mathbf{H}}_n E(\mathbf{z}_n) E(\mathbf{z}_n^H) \hat{\mathbf{H}}_n^H \\ &= \hat{\mathbf{H}}_n Cov(\mathbf{z}_n, \mathbf{z}_n) \hat{\mathbf{H}}_n^H + \Psi_n \\ &= \hat{\mathbf{H}}_n \mathbf{V}_n \hat{\mathbf{H}}_n^H + \Psi_n \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde  $\Psi_n \triangleq \text{diag}([\sigma_{e,n-N_2} \cdots \sigma_{e,n} \cdots \sigma_{e,n+N_1}])$  é a matriz covariância do erro  $e_n$ .

Pode-se redefinir a estimativa do equalizador e o vetor de coeficientes do filtro linear como sendo:

$$\begin{aligned}\hat{z}_n &= \bar{\mathbf{z}}_n + v_n \mathbf{s}^H \Sigma_n^{-1} [\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n] \\ &= \bar{\mathbf{z}}_n + v_n \mathbf{f}_n^H [\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n]\end{aligned}\quad (3.40)$$

$$\mathbf{f}_n \triangleq \Sigma_n^{-1} \mathbf{s} \quad (3.41)$$

Usando a restrição de que a informação extrínseca  $L_e^E(c_{n,j})$ , que é função de  $\hat{x}_n$  e da informação *a priori*  $L(c_{n,j'})$  para todo  $j' \neq j$ , não pode ser função de  $L(c_{n,j})$ .

$$\begin{aligned}\hat{z}_n &= 0 + 1 \cdot \mathbf{f}_n^H [\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n + (\bar{\mathbf{z}}_n - 0)\mathbf{s}] \\ \mathbf{f}'_n &\triangleq \mathbf{f}_n|_{v_n=1} = [\Sigma_n + (1 - v_n)\mathbf{s}\mathbf{s}^H]^{-1}\mathbf{s}\end{aligned}\quad (3.42)$$

Novamente utilizando o lema de inversão de matrizes (KAY, 1993)

$$\begin{aligned}\mathbf{f}'_n &= \{\Sigma_n^{-1} - \Sigma_n^{-1}\mathbf{s}[\mathbf{s}^H \Sigma_n^{-1}\mathbf{s} + (1 - v_n)^{-1}]^{-1}\mathbf{s}^H \Sigma_n^{-1}\}\mathbf{s} \\ &= \mathbf{f}_n - \mathbf{f}_n[\mathbf{f}_n^H \mathbf{s} + (1 - v_n)^{-1}]^{-1}\mathbf{f}_n^H \mathbf{s} \\ &= \left[1 - \frac{\mathbf{f}_n^H \mathbf{s}}{\mathbf{f}_n^H \mathbf{s} + \frac{1}{(1-v_n)}}\right] \mathbf{f}_n \\ &= [1 + (1 - v_n)\mathbf{f}_n^H \mathbf{s}]^{-1}\mathbf{f}_n \\ &= K_n \cdot \mathbf{f}_n\end{aligned}\quad (3.43)$$

sendo  $K_n \triangleq [1 + (1 - v_n)\mathbf{f}_n^H \mathbf{s}]^{-1}$ .

Obtém-se assim  $\mathbf{f}'_n$  como o produto de  $\mathbf{f}_n$  por um escalar, também para o caso variante. A estimativa  $\hat{z}_n$  pode então ser expressa por:

$$\hat{z}_n = K_n \cdot \mathbf{f}_n^H (\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n + \bar{\mathbf{z}}_n \mathbf{s}) \quad (3.44)$$

O cálculo das LLR de saída é dado de forma semelhante ao que foi visto anteriormente. As estatísticas das LLR ficam sendo:

$$\mu_{n,i} = K_n \cdot \alpha_i \cdot \mathbf{f}_n^H \mathbf{s} \quad (3.45)$$

$$\sigma_{n,i}^2 = K_n^2 \cdot \mathbf{f}_n^H \mathbf{s} (1 - v_n \mathbf{s}^H \mathbf{f}_n). \quad (3.46)$$

E a informação extrínseca de saída:



$$\begin{aligned}
L_e^E(c_{n,j}) &= \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{s}_i: s_{i,j}=0} p(\hat{x}_n | \mathbf{c}_n = \mathbf{s}_i) \prod_{\forall j': j' \neq j} P(c_{n,j'} = s_{i,j'})}{\sum_{\forall \mathbf{s}_i: s_{i,j}=1} p(\hat{x}_n | \mathbf{c}_n = \mathbf{s}_i) \prod_{\forall j': j' \neq j} P(c_{n,j'} = s_{i,j'})} \\
&= \ln \frac{\sum_{\forall \mathbf{s}_i: s_{i,j}=0} \exp\left(-\rho_{n,i} + \sum_{\forall j': j' \neq j} \tilde{s}_{i,j'}\right)}{\sum_{\forall \mathbf{s}_i: s_{i,j}=1} \exp\left(-\rho_{n,i} + \sum_{\forall j': j' \neq j} \tilde{s}_{i,j'}\right)}
\end{aligned} \tag{3.47}$$

onde

$$\rho_{n,i} \triangleq \frac{|\hat{x}_n - \mu_{n,i}|^2}{\sigma_{n,i}^2} = \frac{|\mathbf{f}_n^H (\mathbf{y}_n - \bar{\mathbf{y}}_n + \bar{x}_n \mathbf{s}) - \alpha_i \mathbf{f}_n^H \mathbf{s}|^2}{\mathbf{f}_n^H \mathbf{s} - v_n \mathbf{f}_n^H \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{f}_n} \tag{3.48}$$

Na Figura 3.2 é representado o diagrama em blocos do equalizador MMSE para canais variantes no tempo juntamente com o estimador de canal.

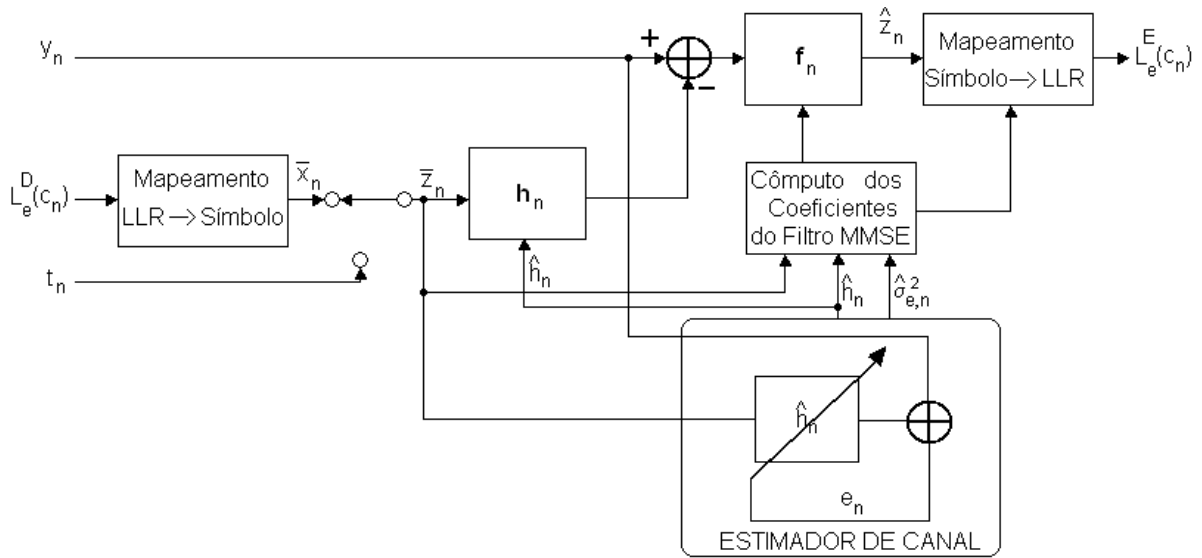


FIG. 3.2: Estrutura de um equalizador SISO MMSE para canais variantes e conexão com um estimador de canal.

Como deduzido para o caso invariante, é possível obter um algoritmo recursivo de forma a evitar o cálculo da inversa utilizando o mesmo particionamento mostrado em (3.29) a (3.33), e detalhado em (M. TÜCHLER, 2002c).

A inicialização do cálculo recursivo pode ser feita durante um preâmbulo de símbolos conhecidos onde a primeira inversa de  $\Sigma_n$  a ser calculada torna-se trivial já que  $V_n = \mathbf{0}$ .

### 3.3 MMSE-NA E MMSE-MF

Em (M. TÜCHLER, 2002a) foram apresentadas duas implementações aproximadas do equalizador MMSE, voltadas para o caso de canal conhecido invariante. Faz-se agora uma análise de ambos para o caso de canais variantes.

A primeira foi chamada de MMSE-NA (NA, de *Not A priori*) pois parte do pressuposto de que não existe nenhuma informação *a priori* sobre os símbolos transmitidos, ou seja, considera que  $L_e^D(c_n) = 0, \forall n$ . Assim tem-se que  $\bar{x}_n = 0$  e  $\mathbf{V}_n = \mathbf{I}_{N+L-1}$ . Esta aproximação faz com que o desempenho deste equalizador seja próximo do MMSE quando as LLR extrínsecas de entrada não fornecem informação confiável sobre os bits  $c_n$ , o que ocorre principalmente nas primeiras iterações do processo. De fato, os dois conjuntos de coeficientes do filtro linear são idênticos para a primeira equalização das amostras obtidas no receptor, quando não há informação *a priori*.

Para canais invariantes e conhecidos, essa aproximação é útil, uma vez que permite realizar o cálculo dos coeficientes uma única vez através de:

$$\mathbf{f}_{NA} = (\sigma_w^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{s} \quad (3.49)$$

Se esta aproximação fosse utilizada para o caso variante com estimador ter-se-ia:

$$\mathbf{f}_n^{NA} = (\boldsymbol{\Psi}_n + \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{H}}_n^H)^{-1} \mathbf{s} \quad (3.50)$$

Logo, os coeficientes do filtro linear deveriam ser atualizados a cada iteração através do cálculo da inversa de uma matriz de mesma ordem da que foi obtida para o MMSE. Fica claro que tal aproximação não traz nenhuma simplificação para o caso de canais variantes.

A segunda aproximação apresentada é o caso complementar da primeira. Considera-se conhecimento perfeito sobre os bits codificados  $c_n$ , ou seja, que  $|L_e^D(c_n)| \rightarrow \infty, \forall n$ . Assim tem-se que  $\bar{x}_n = x_n$  e  $\mathbf{V}_n = \mathbf{0}_{N+L-1}$ . Tal aproximação foi chamada MMSE-MF (MF, de *Matched Filter*). Com esta simplificação o desempenho ficará próximo do MMSE quando as LLR extrínsecas de entrada fornecerem informação confiável sobre os bits  $c_n$ , o que ocorre principalmente nas iterações mais avançadas do processo. O conjunto de coeficientes do filtro linear dos dois esquemas quando a informação *a priori* é perfeita torna-se idêntico.

O cálculo dos coeficientes do filtro linear para o MF, no caso invariante, fica dado por:

$$\mathbf{f}_{MF} = (\sigma_w^2 \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{s} = \frac{1}{\sigma_w^2} \mathbf{s} \quad (3.51)$$

o que evita o cálculo de inversas.

Para o caso variante no tempo o vetor de coeficientes seria dado através de:

$$\mathbf{f}_n^{MF} = (\boldsymbol{\Psi}_n)^{-1} \mathbf{s} \quad (3.52)$$

Tal vetor de coeficientes, apesar de ser variante no tempo e de apresentar a necessidade do cálculo da inversa, é uma solução muito mais simples, uma vez que a matriz  $\Psi_n$  é uma matriz diagonal, tornando o cálculo de  $\mathbf{f}_n^{MF}$  trivial, quando comparado com o MMSE completo.

### 3.4 CANCELADOR DE INTERFERÊNCIA

Em (C. LAOT, 2001) foi proposto um esquema de equalizador turbo baseado em uma estrutura de dois filtros lineares, usando o conceito de cancelamento de interferência entre símbolos. Foi demonstrado, ainda, que supondo canal invariante perfeitamente conhecido e tendo conhecimento perfeito sobre os símbolos transmitidos  $z_n$  esta estrutura de filtragem retira completamente a interferência intersimbólica sem decréscimo na relação sinal-ruído. Tal estrutura pode ser vista na Figura 3.3.

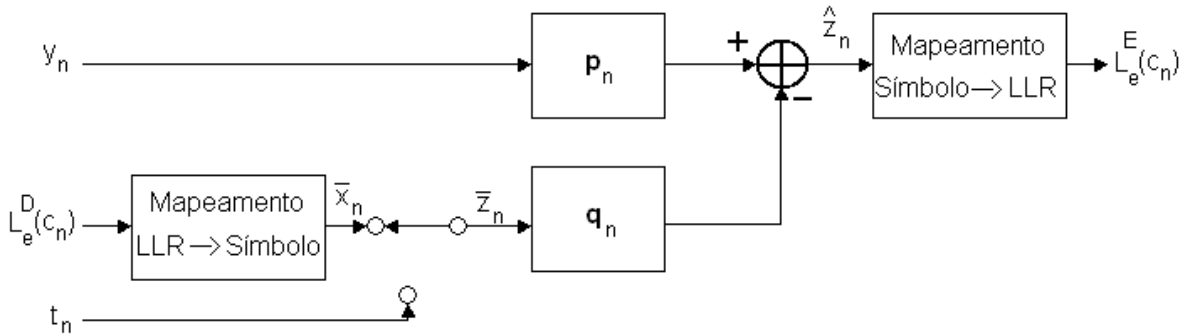


FIG. 3.3: Estrutura de um equalizador SISO Cancelador de Interferência.

Os filtros utilizados são adaptativos, de maneira que não se faz necessário nenhum cálculo de coeficientes. Porém, o algoritmo de adaptação utilizado deve ter um comportamento eficiente em situações onde a entrada seja correlacionada, já que um dos filtros recebe a seqüência de amostras proveniente do canal.

O cancelador de interferência pode ser englobado como uma outra forma de representação do equalizador MMSE apresentado na Figura 3.2. Fazendo  $\mathbf{p}_n = \mathbf{f}_n$  e  $\mathbf{q}_n = \mathbf{H}_n^H \mathbf{f}_n$ , o equalizador MMSE terá a mesma representação que o cancelador de interferência.

De fato, o desempenho do cancelador de interferência se aproxima do MF já que busca uma solução baseando-se no conhecimento perfeito *a priori* dos bits codificados  $c_n$ . Diante deste fato, não serão analisadas soluções baseadas neste equalizador ao longo deste trabalho.

### 3.5 MMSE-SV-TV

Detalha-se agora a primeira solução proposta nesta dissertação. Note-se inicialmente que a busca por baixa complexidade nos algoritmos de equalizadores SISO pode se concentrar em maneiras de se calcular os coeficientes  $f_n$  do filtro linear apresentado na Figura 3.2, visando obter desempenho próximo do obtido com a solução ótima porém com ganhos computacionais.

O cálculo mais oneroso a ser realizado é o cálculo da inversa da matriz  $\Sigma_n$ , presente em (3.42). Apesar da forma recursiva apresentada na Seção 3.2, este cálculo pode continuar muito complexo para implementações em tempo real.

Essa primeira proposta baseia-se no cálculo de  $\Sigma_n^{-1}$  uma vez apenas a cada quadro de dados. Essa estratégia permite que o processamento do cálculo da inversa seja diluído ao longo do tempo referente a um quadro de dados e um de treinamento, introduzindo apenas um retardo referente a este intervalo de tempo, que poderá não ser significativo, dependendo da relação do tamanho do *interleaver* com o tamanho dos quadros.

Com essa abordagem, o processamento para cálculo da inversa pode ser realizado conjuntamente com outras operações do processador, como, por exemplo, durante o período de treinamento, quando a demanda por processamento é menor, já que não há a necessidade de se calcular as estimativas de símbolos nem as LLR extrínsecas de saída, estando em operação apenas o estimador de canal.

Esse procedimento, porém, ignora as variações dos valores de variância de símbolos transmitidos ao longo de um quadro de dados. Para amenizar esta situação a matriz  $\mathbf{V}_n$  será substituída por um valor médio de variância de símbolos transmitidos  $\bar{v}$  multiplicado por uma matriz identidade. Este valor será a média empírica sobre todos os valores de informação suave *a priori* de cada bloco de dados a cada iteração. Esse algoritmo leva aqui o nome de MMSE-SV-TV (SV, de *Single Variance* e TV, de *Time Varying*).

Deve-se notar, no entanto, que o estimador de canal continua fornecendo estimativas ao longo do quadro de dados. Assim a equação dos coeficientes do filtro SV-TV fica dada por:

$$\mathbf{f}_n = \Upsilon_u \mathbf{s}_n \quad (3.53)$$

onde

$$\Upsilon_u = (\Psi_u + \bar{v} \mathbf{H}_u \mathbf{H}_u^H)^{-1} \quad (3.54)$$

e  $u$  indica o instante de tempo referente ao símbolo de treinamento anterior mais próximo.

Apesar de  $\Upsilon_u$  ser constante ao longo de um quadro de dados, o vetor de coeficientes  $\mathbf{f}_n$  é diferente a cada intervalo de símbolo devido à atualização de  $\mathbf{s}_n$ .

### 3.6 MMSE-ASV-TV

Caso o quadro de dados seja extenso e o canal varie rapidamente, o desempenho do SV-TV pode não ser satisfatório pela estratégia de manter  $\Upsilon_u$  constante ao longo do quadro. Uma possibilidade para se tentar contornar este problema é realizar uma aproximação de  $\Sigma_n^{-1}$  a partir de  $\Sigma_{n-1}^{-1}$ .

Considera-se o uso de  $\bar{v}$  como exposto na seção anterior. Além disso, no lugar de utilizar a matriz  $\Psi_n$  definida em (3.39), substitui-se esta matriz por uma matriz identidade multiplicada por uma média empírica de valores da variância do erro  $e_n$  denotada por  $\bar{\sigma}_e^2$ , que será calculada ao longo do preâmbulo de cada bloco transmitido. Desta maneira, tem-se:

$$\Sigma_n = (\bar{\sigma}_e^2 \mathbf{I}_N + \bar{v} \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{H}}_n^H) \quad (3.55)$$

A matriz  $\Sigma_{n+1}$  pode ser escrita em função de  $\Sigma_n$  como

$$\begin{aligned} \Sigma_{n+1} &= (\bar{\sigma}_e^2 \mathbf{I}_N + \bar{v} \hat{\mathbf{H}}_{n+1} \hat{\mathbf{H}}_{n+1}^H + \bar{v} \Delta(\hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{H}}_n^H)) \\ &= (\Sigma_n + \bar{v} \Delta(\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H)) \end{aligned} \quad (3.56)$$

onde  $\Delta(\hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{H}}_n^H) \triangleq \hat{\mathbf{H}}_{n+1} \hat{\mathbf{H}}_{n+1}^H - \hat{\mathbf{H}}_n \hat{\mathbf{H}}_n^H$ .

Considerando que a diferença,  $\mathbf{h}_n - \mathbf{h}_{n-1}$ , possui norma pequena, pode-se utilizar uma aproximação de primeira ordem para o cálculo da inversa de  $\Sigma_{n+1}$ :

$$\begin{aligned} \Sigma_{n+1}^{-1} &= (\Sigma_n + \bar{v} \Delta(\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H))^{-1} \\ &\approx \Sigma_n^{-1} + \bar{v} \Sigma_n^{-1} \Delta(\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H) \Sigma_n^{-1} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Fica então definido o algoritmo MMSE-ASV-TV (A, de *Aproximation*), para o qual o cálculo dos coeficientes é dado por:

$$\mathbf{f}_n = (\Sigma_{n-1}^{-1} + \bar{v} \Sigma_{n-1}^{-1} \Delta(\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H) \Sigma_{n-1}^{-1}) \mathbf{s} \quad (3.58)$$

Desta maneira, basta realizar um único cálculo de inversa e a partir deste momento realizar a atualização empregando a equação anterior.

### 3.7 ESTIMADOR DE PARÂMETROS DO CANAL

O diagrama do uso do estimador foi mostrado na Figura 2.5. A opção por se fazer a estimação e a equalização em separado, permite maior liberdade na escolha do equalizador a ser utilizado sem interferir no funcionamento do estimador. Com o intuito de manter baixa complexidade neste trabalho foi escolhido o algoritmo LMS.

Em um receptor utilizando turbo equalização, a estimativa do canal pode ter sua qualidade aprimorada em cada iteração utilizando informação suave realimentada do decodificador. Este processo pode ser chamado de estimação suave iterativa.

No sistema detalhado na Seção 2.2, nota-se que símbolos conhecidos são multiplicados com símbolos desconhecidos. Na teoria de estimação clássica (HAYKIN, 1993) trabalha-se com tais símbolos considerando perfeito conhecimento ou total desconhecimento acerca dos mesmos, ou seja, os símbolos de treinamento são conhecidos pelo receptor, porém não se tem informação *a priori* acerca dos símbolos de dados. Além disso, qualquer informação gerada sobre os símbolos de dados é passado por um decisor, desta forma, estimativas que se situem mais próximo ou mais distante de um limiar de decisão podem ser decididas como o mesmo símbolo. No caso de turbo equalizadores tem-se disponível informação suave acerca dos símbolos de dados, proveniente da iteração anterior.

Considerando o canal modelado como em (2.21) e definindo  $\mathbf{z}_n \triangleq [z_n \cdots z_{n-L+1}]^T$ , tem-se que os símbolos recebidos serão:

$$y_n = \sum_{i=0}^{L-1} h_{n,i} z_{n-i} + w_n = \mathbf{h}_n^T \mathbf{z}_n + w_n \quad (3.59)$$

A partir das LLR  $L_e^D(c_n)$  pode-se calcular a média e a variância de cada símbolo de dado transmitido como feito em (3.6)-(3.8). Assim os símbolos transmitidos podem ser escritos como:

$$z_n = \bar{z}_n + \zeta_n \quad (3.60)$$

onde  $\zeta_n$  é uma variável aleatória discreta de média nula e variância  $\nu_n$ . Tem-se que  $\bar{z}_n = \bar{x}_n$  e  $\nu_n = \nu_n$  para símbolos de dados, e  $\bar{z}_n = t_n$  e  $\nu_n = 0$  para símbolos de treinamento transmitidos.

Considerando que  $E(\zeta_i \zeta_j^*) = 0$ ,  $\forall i \neq j$ , conforme foi feito anteriormente para os símbolos transmitidos, a matriz covariância de  $\mathbf{z}_n$  será  $Z_n = \text{diag}([\zeta_n \cdots \zeta_{n-L+1}])$ .

Pode-se ainda considerar o caso onde serão usadas decisões abruptas sobre os símbolos mapeados a partir de  $L_e^D(c_n)$ , tais decisões serão nomeadas como  $\hat{z}_n$ .

Considerando  $\hat{\mathbf{h}}_n$  como sendo a estimativa de canal fornecida pelo estimador no instante  $n$ , é possível então definir três tipos de erro:

$$\begin{aligned} e_n &= y_n - \hat{\mathbf{h}}_{n-1}^T \mathbf{z}_n \\ d_n &= y_n - \hat{\mathbf{h}}_{n-1}^T \bar{\mathbf{z}}_n \\ d'_n &= y_n - \hat{\mathbf{h}}_{n-1}^T \hat{\mathbf{z}}_n \end{aligned} \quad (3.61)$$

O LMS pode ser então definido de três formas:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}_n &= \hat{\mathbf{h}}_{n-1} + \mu e_n \mathbf{z}_n \\ \hat{\mathbf{h}}_n &= \hat{\mathbf{h}}_{n-1} + \mu d_n \bar{\mathbf{z}}_n \\ \hat{\mathbf{h}}_n &= \hat{\mathbf{h}}_{n-1} + \mu d'_n \hat{\mathbf{z}}_n \end{aligned} \quad (3.62)$$

onde  $\mu$  é o passo do algoritmo.

Como os símbolos  $z_n$  só são conhecidos durante os períodos de treinamento, só é possível a implementação das duas últimas formas.

Outra solução seria estimar o canal somente nos períodos de treinamento, "congelando" esta estimativa durante os períodos de dados.

Para comparação de desempenho entre as três alternativas, foram levantadas curvas do erro médio quadrático de estimação dos coeficientes do canal definido como  $E((\mathbf{h}_n - \hat{\mathbf{h}}_n)^H (\mathbf{h}_n - \hat{\mathbf{h}}_n))$  utilizando as três alternativas apresentadas para o LMS.

O objetivo da comparação de desempenho não é realizar uma análise a fundo das três alternativas, mas sim escolher a que ofereça melhor desempenho para utilização neste trabalho. Uma análise mais rigorosa é deixada para trabalhos futuros, assim como a avaliação de outros algoritmos de estimação.

Nas simulações foi adotado o sistema mostrado no diagrama em blocos da Figura 3.4. Uma seqüência de símbolos de dados  $x_n$  foi gerada a partir de uma constelação 4PSK. Essa seqüência foi multiplexada com símbolos de treinamento  $t_n$  gerados da mesma maneira, criando um vetor de símbolos transmitidos  $z_n$ . Estes símbolos foram transmitidos por um canal modelado como o ITU-R pobre aproximado apresentado na Seção 2.3.2, com o vetor resposta ao impulso de canal dado por  $\mathbf{h}_n = [h_{n,0} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ h_{n,1}]$  porém com um espalhamento Doppler de cada raio  $f_d = 2Hz$ . A taxa de símbolos considerada foi de

2400 bps. Os coeficientes do canal foram normalizados de maneira que  $E(\mathbf{h}_n^H \mathbf{h}_n) = 1$ . Cada bloco de símbolos transmitidos consiste em um preâmbulo de 700 símbolos de treinamento seguidos de quadros alternados de dados e símbolos conhecidos, conforme a Figura 3.5. O número de coeficientes do estimador foi feito igual a 11, de forma a contabilizar o desconhecimento sobre o comprimento da resposta do canal. Foi adicionado ruído complexo Gaussiano branco com  $\sigma_w^2 = N_0$ , de forma que  $\frac{E_s}{N_0} = 8dB$ .

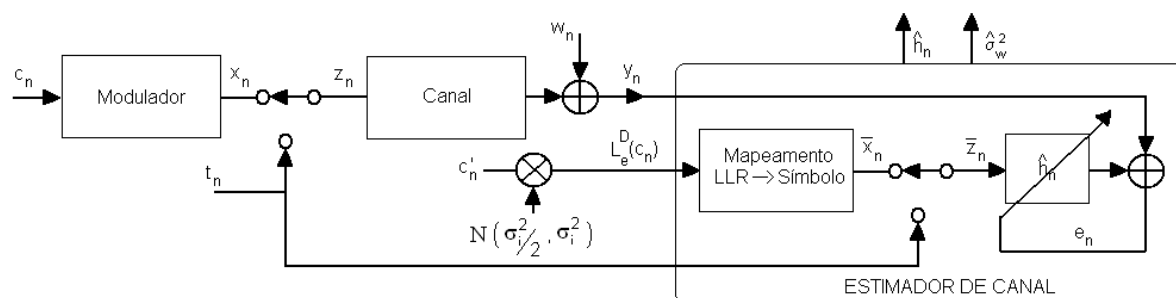


FIG. 3.4: Modelo de sistema utilizado para análise do estimador de canal.

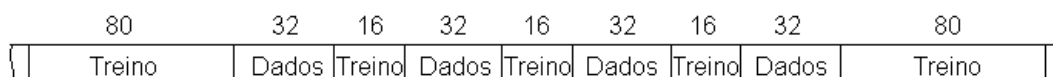


FIG. 3.5: Estrutura de quadros de dados e treinamento utilizada para análise do estimador de canal.

Para a geração das LLR de entrada  $L_e^D(c_n)$ , foi considerado o exposto na Seção 2.7, ou seja, valores aleatórios com distribuição Gaussiana de variância  $\sigma_i^2$  e média  $c'_n \frac{\sigma_i^2}{2}$  foram gerados, onde  $c'_n$  assume o valor +1 caso o bit equivalente a  $L_e^D(c_n)$  seja 0 e o valor -1 caso o bit seja 1.

As Figuras 3.6 a 3.8, mostram o erro de estimação dos coeficientes do canal para as três alternativas de estimador apresentadas. Nas figuras é fácil distinguir os períodos de dados dos períodos de treinamento, já que nestes últimos ocorre uma tendência de diminuição do erro de estimação. Através da observação das figuras pode-se perceber que:

- Como de se esperar, o "congelamento" não oferece mudança de desempenho em função da informação *a priori*;
- O "congelamento" dos coeficientes é mais eficaz que o uso de decisão abrupta para as primeiras iterações, quando a informação *a priori* ainda não é significativa;



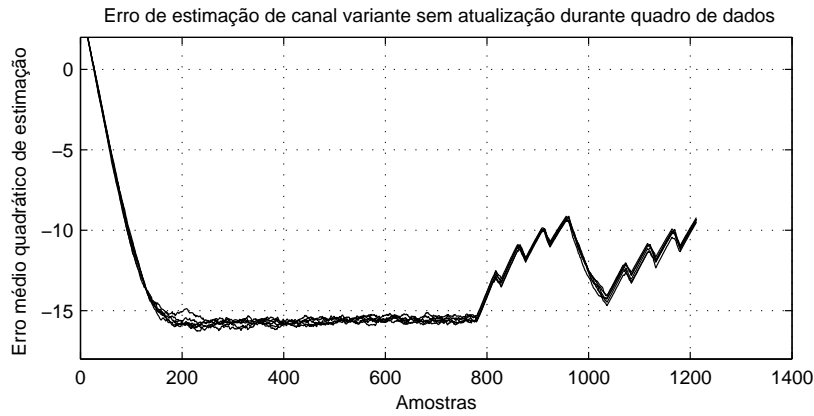


FIG. 3.6: Erro de estimação de canal sem atualização durante quadro de dados. As curvas referem-se, de cima para baixo, aos seguintes valores de  $\sigma_i^2$ : 0,01, 1,2, 3,0, 7,0, 10 e 100.

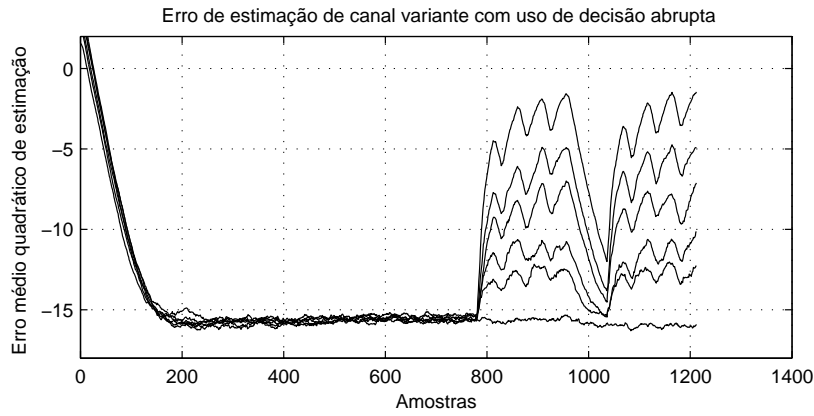


FIG. 3.7: Erro de estimação de canal com uso de decisão abrupta. As curvas referem-se, de cima para baixo, aos seguintes valores de  $\sigma_i^2$ : 0,01, 1,2, 3,0, 7,0, 10 e 100.

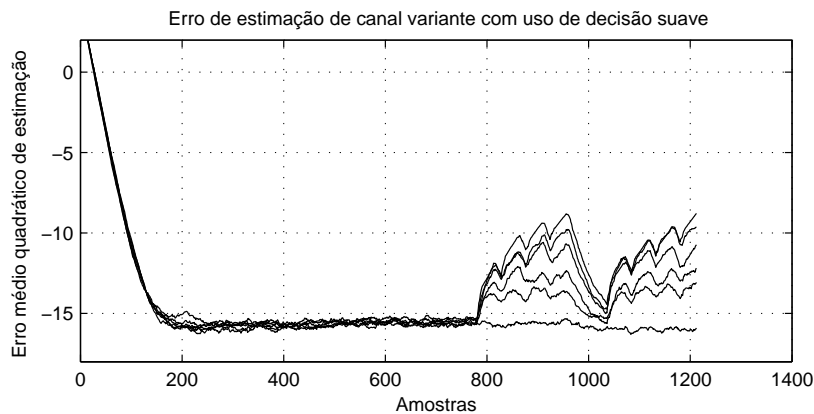


FIG. 3.8: Erro de estimação de canal com uso de informação suave. As curvas referem-se, de cima para baixo, aos seguintes valores de  $\sigma_i^2$ : 0,01, 1,2, 3,0, 7,0, 10 e 100.

- Após algumas iterações a decisão abrupta oferece um desempenho melhor que o "congelamento", já que consegue uma maior taxa de acertos em suas decisões permitindo um acompanhamento da variação do canal;
- O uso de informação suave oferece um desempenho melhor ou igual às outras alternativas para qualquer valor de  $\sigma_i^2$ , igualando o desempenho ao caso de uso de decisão abrupta para valores altos de informação *a priori*.

O bom desempenho obtido pelo uso de informação suave era esperado, já que ele mescla as outras duas soluções. Quando a informação *a priori* é muito baixa, ocorre praticamente o "congelamento" dos coeficientes ao longo do quadro de dados já que o LMS não atualizará os mesmos, pois a média *a priori* dos símbolos transmitidos será aproximadamente nula. Com o passar das iterações a informação de entrada ganha confiabilidade, o que é expresso pela alteração dos valores na média *a priori*, forçando o LMS a atualizar os coeficientes.

Uma análise de outros estimadores é apresentada em (OTNES, 2002).

Outro parâmetro necessário que o estimador deve avaliar é a variância de ruído, ou ainda, a variância do erro resultante do ruído e do uso da estimativa de resposta ao impulso do canal.

Quando o canal é suposto conhecido, os equalizadores MMSE foram deduzidos utilizando o modelo:

$$y_n = \mathbf{h}_n^T \mathbf{z}_n + w_n \quad (3.63)$$

Porém quando o canal é estimado, o melhor modelo a se usar seria:

$$y_n = \hat{\mathbf{h}}_{n-1}^T \mathbf{z}_n + e_n \quad (3.64)$$

onde  $w_n$  foi substituído por  $e_n$  e a variância  $\sigma_{w,n}^2$  deverá ser substituída por  $\sigma_{e,n}^2$  na dedução dos algoritmos. Mesmo que  $\sigma_{w,n}^2$  seja constante,  $\sigma_{e,n}^2$  ainda irá variar, já que será menor durante treinamentos e maior ao longo de quadros de dados, variando ainda com o índice  $n$ , ou seja, a cada intervalo de símbolo.

A justificativa para se usar  $\hat{\mathbf{h}}_{n-1}$  no lugar de  $\hat{\mathbf{h}}_n$  é que a maioria dos equalizadores considera que o sinal de erro, ou ruído, é decorrelacionado com os símbolos transmitidos. Para o estimador utilizado no trabalho isso não é verdade.

Note-se que  $\hat{\mathbf{h}}_n$  é função de  $z_i$ , através de sua média, para  $i \leq n$ . Considerando o estimador despolarizado tal que  $E(\hat{\mathbf{h}}_n) = \mathbf{h}_n$ , e ainda que  $\mathbf{h}_n \approx \mathbf{h}_{n-1}$ , tem-se que

$E((\mathbf{h}_n - \hat{\mathbf{h}}_{n-1})^T z_i) = 0$  para todo  $i > n - 1$  mas nem sempre para  $i \leq n - 1$ . Escrevendo o erro como:

$$e_n = (\mathbf{h}_n - \hat{\mathbf{h}}_{n-1})^T \mathbf{z}_n + w_n \quad (3.65)$$

nota-se que  $i > n - 1$  para que  $E(e_n z_i^*) = 0$ . Assim, para que o erro  $e_n$  seja descorrelacionado com o símbolo transmitido  $z_n$  adota-se o modelo dado em (3.64).

Com tal modelo, a variância  $\sigma_{e,n}^2$  torna-se necessária para a aplicação dos algoritmos MMSE. Porém esta não é conhecida e deverá ser estimada. Como nem todos os símbolos transmitidos  $z_n$  são conhecidos não é possível estimar diretamente a variância desejada, pois só o sinal de erro  $d_n$  é conhecido através de:

$$y_n = \hat{\mathbf{h}}_{n-1}^T \bar{\mathbf{z}}_n + d_n \quad (3.66)$$

Em (OTNES, 2002) é apresentado um algoritmo prático porém sem uma base matemática sólida para se aproximar  $\sigma_{e,n}^2$  a partir de  $d_n$ . Esta aproximação foi baseada em considerações obtidas a partir de simulações. Tal algoritmo é aqui reproduzido:

- Inicialização:

$$\hat{\sigma}_{e,0}^2 = \hat{\sigma}_{inicial}^2 \quad (3.67)$$

- Ao longo do quadro de treinamento ( $\mathbf{Z}_n = \mathbf{0}_L$ )

$$\hat{\sigma}_{e,n}^2 = (1 - \lambda)d_n d_n^* + \lambda \hat{\sigma}_{e,n-1}^2 \quad (3.68)$$

$$\hat{\sigma}_{minimo}^2 = \hat{\sigma}_{e,n}^2 \quad (3.69)$$

- Ao longo do quadro de dados ( $\mathbf{Z}_n \neq \mathbf{0}_L$ )

$$\hat{\sigma}_{novo}^2 = (1 - \lambda)(d_n d_n^* - \hat{\mathbf{h}}_{n-1}^T \mathbf{Z}_n \hat{\mathbf{h}}_{n-1}^*) + \lambda \hat{\sigma}_{e,n-1}^2 \quad (3.70)$$

$$\hat{\sigma}_{e,n}^2 = \max(\hat{\sigma}_{novo}^2, \hat{\sigma}_{minimo}^2) \quad (3.71)$$

Por simplicidade,  $\lambda$  é feito igual a  $(1 - \mu)$ .

Para a utilização desse algoritmo no equalizador MMSE para canais variantes, basta realizar a substituição de  $\mathbf{h}_n$  por  $\hat{\mathbf{h}}_{n-1}$ ,  $w_n$  por  $e_n$  e  $\sigma_{w,n}^2$  por  $\hat{\sigma}_{e,n}^2$ . Para denotar o uso dessa solução, o algoritmo foi chamado de MMSE-TV (de *Time Varying*).

Uma alternativa utilizada neste trabalho, que oferece menor complexidade, é substituir a variância  $\hat{\sigma}_{e,n}^2$  por uma variância média  $\bar{\sigma}_e^2$  estimada ao longo do preâmbulo de um bloco de dados onde se tem uma longa seqüência de símbolos conhecidos. Tal solução foi utilizada nos algoritmos propostos nesta dissertação.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados de avaliação de desempenho obtidos através de simulações com o uso dos equalizadores descritos anteriormente, baseando-se no MIL-STD-188-110A/B. Foram realizados ainda testes com alteração de alguns parâmetros previstos, com o intuito de aumentar a vazão de dados no sistema. Por fim, foi feita uma avaliação da complexidade computacional dos algoritmos estudados analisando-se a possibilidade de implementação em DSPs disponíveis atualmente em mercado.

### 4.2 CONDIÇÕES BÁSICAS DE SIMULAÇÃO

Para a obtenção de resultados com o uso dos equalizadores descritos, foram realizadas simulações através da geração de funções utilizando-se a linguagem C. Tal escolha permitiu o aproveitamento da biblioteca básica de funções de processamento digital de sinais desenvolvida em (DESÁ NETO, 2006). Partindo destas funções, foi escrita uma biblioteca para implementação dos algoritmos descritos nesta dissertação, funcionando como um complemento às funções anteriores.

Todas as simulações foram baseadas no MIL-STD-188-110A/B. Este padrão especifica requisitos mínimos de desempenho e interoperabilidade para modems operando na faixa de HF com taxas de comunicação entre 75 e 2400 bps. É previsto uma taxa de símbolos no canal de 2400 *bauds*, constante para todas as taxas de bit. Para tanto, são adotados parâmetros distintos para cada caso, alterando-se a modulação utilizada e, se for o caso, acrescentando-se redundância de bits codificados.

O codificador utilizado foi do tipo convolucional de taxa  $R = 1/2$  e comprimento de restrição 7, definido pelos polinômios geradores  $g_1(x) = x^6 + x^4 + x^3 + x + 1$  e  $g_2(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + 1$ , com seu diagrama de blocos representado na Figura 4.1, onde  $\oplus$  representa a operação binária OU Exclusivo.

A taxa de bits utilizada foi 2400 bps, que corresponde ao emprego de modulação 8PSK. O padrão prevê o uso de um embaralhador (*scrambler*) que gera uma seqüência de valores de 3 bits, que são combinados com grupos de 1, 2 ou 3 bits a serem transmitidos, caso a modulação adotada seja, respectivamente, BPSK, QPSK ou 8PSK. A combinação

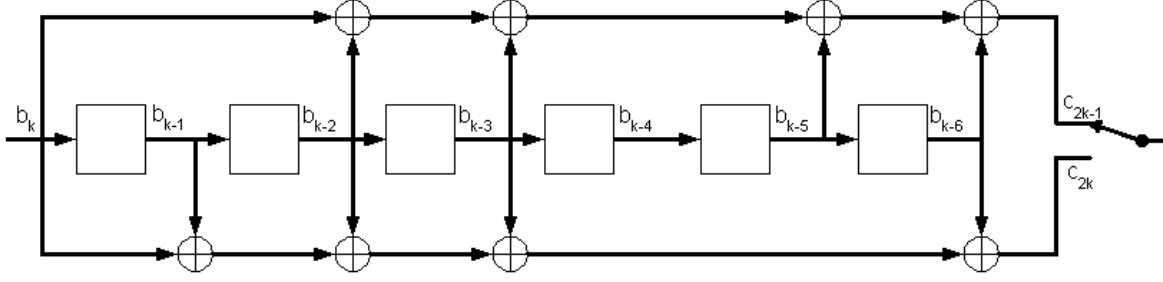


FIG. 4.1: Esquema do codificador previsto no MIL-STD-188-110A/B.

dos grupos de bits é na realidade uma soma módulo 8. Com isto, tanto a modulação BPSK, quanto QPSK, são transmitidas como 8PSK, ou seja, qualquer que seja a modulação adotada os símbolos transmitidos serão parte de uma constelação 8PSK. Como a sequência geradora do embaralhamento é conhecida pelo receptor, este poderá desfazer o processo a partir dos símbolos estimados.

O uso deste recurso não afeta a turbo equalização, desde que embaralhadores e desembaralhadores sejam inseridos apropriadamente no receptor. Nas simulações realizadas tal recurso não foi implementado. O modulador atua então de forma que cada conjunto  $\mathbf{c}_n \triangleq [c_{n,1}c_{n,2}\cdots c_{n,Q}]$  de bits codificados  $c_{n,j}$  é mapeado em um símbolo  $x_n$  do alfabeto  $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2Q}\}$ , onde  $\alpha_i$  corresponde à sequência de bits  $\mathbf{s}_i \triangleq [s_{i,1}s_{i,2}\cdots s_{i,Q}]$  conforme visto na Tabela 4.1.

TAB. 4.1: Mapeamento utilizado para o QPSK e o 8PSK nas simulações

i	1	2	3	4
QPSK $s_{i,1}s_{i,2}$	00	01	11	10
$\alpha_i$	$\frac{(-1-i)}{\sqrt{2}}$	$\frac{(+1-i)}{\sqrt{2}}$	$\frac{(+1+i)}{\sqrt{2}}$	$\frac{(-1+i)}{\sqrt{2}}$

i	1	2	3	4	5	6	7	8
8PSK $s_{i,1}s_{i,2}s_{i,3}$	000	001	011	010	110	111	101	100
$\alpha_i$	+1	$\frac{(+1+i)}{\sqrt{2}}$	+i	$\frac{(-1+i)}{\sqrt{2}}$	-1	$\frac{(-1-i)}{\sqrt{2}}$	-i	$\frac{(+1-i)}{\sqrt{2}}$

A estrutura de treinamento é formada pela transmissão de um preâmbulo de sincronismo que terá a duração de um bloco do *interleaver*. Após esse preâmbulo são alternados quadros de dados com quadros de símbolos conhecidos para retreinamento. A relação entre o tamanho do quadro de dados e o de retreinamento depende da taxa de bits escolhida. Para 1200 bps os quadros de dados e de retreinamento conterão 20 símbolos cada. Já para o caso de 2400 bps o quadro de dados será formado por 32 símbolos e o

de retreinamento por 16 símbolos. Esta alternância permanece até o final da mensagem a ser transmitida.

São previstos dois tamanhos de *interleaver*: o curto, com duração de 0,6s, e o longo, com 4,8s. Como a taxa de símbolos é fixada em 2400 *bauds*, tais durações correspondem a 1440 e 11520 intervalos de símbolos, respectivamente. Sendo assim, um bloco de *interleaver* curto corresponde a 714 bits de dados para a taxa de 1200 bps, e 1434 bits para 2400 bps. Já um bloco do *interleaver* longo corresponderá a 5754 bits para 1200 bps, e 11514 bits para 2400 bps.

De acordo com o MIL-STD-188-110A/B o *interleaver* deverá ser do tipo matricial, obedecendo duas regras diferentes: uma para o preenchimento e outra para a leitura da matriz. Assim, os bits codificados deverão preencher a matriz uma coluna por vez, a partir da coluna 0. O primeiro bit será colocado então na coluna 0 e linha zero, o próximo bit ocupará na mesma coluna a linha 9, ou seja, a linha a ser ocupada é incrementada por 9 módulo 40. O processo se repete até toda a coluna 0 ser preenchida, então avança-se para a coluna 1 onde o procedimento é repetido, e assim por diante, até o preenchimento de toda a matriz. O carregamento da matriz se dá da mesma forma para os *interleavers* curto e longo.

A retirada dos bits da matriz de *interleaver* se inicia na linha 0 e coluna 0. A partir daí a localização dos próximos bits será dada incrementando-se o número da linha por 1 e decrementando-se o número da coluna por 17 módulo número de colunas da matriz. O processo continua até se atingir o número máximo de linhas, quando então a localização do próximo bit será dada pela linha 0 e uma coluna posterior àquela onde se iniciou a leitura das linhas. A leitura da matriz termina com a retirada de todos os bits da mesma.

A Tabela 4.2 apresenta as dimensões da matriz do *interleaver* para os casos de interesse.

TAB. 4.2: Dimensões da matriz do *interleaver* no MIL-STD-188-110A/B

Taxa de Bits (bps)	<i>Interleaver</i> Longo		<i>Interleaver</i> Curto	
	Número de Linhas	Número de Colunas	Número de Linhas	Número de Colunas
2400	40	576	40	72
1200	40	288	40	36

Para o levantamento de curvas características dos equalizadores foram simuladas pelo menos 200 transmissões independentes de blocos de 2048 símbolos de dados, aos

quais foram adicionados o preâmbulo e os quadros de símbolos conhecidos conforme descrito anteriormente. Para cada transmissão foi realizado um novo sorteio de canal como descrito na Seção 2.3.2.

Já para o levantamento das curvas de desempenho de taxa de erro, foram transmitidos blocos de tamanho igual ao do *interleaver*, sendo cada bloco tratado como uma transmissão independente. Ou seja, o tamanho da mensagem transmitida foi o tamanho de bloco do *interleaver*. Para cada bloco foi adicionado o preâmbulo de sincronismo e os retreinamentos adequados. Este procedimento foi realizado para pelo menos 200 sorteios de canal, garantindo no mínimo 100 erros de transmissão.

O canal utilizado foi uma aproximação do modelo de canal pobre previsto pelo ITU-R, possuindo espectro de desvanecimento gaussiano com um espalhamento Doppler igual a 1 Hz, e formado por dois raios equipotentes independentes. Porém o retardo entre os raios foi utilizado como 2,1 ms, ao invés de 2 ms como previsto, o que corresponde exatamente a 5 intervalos de símbolos nas condições de simulação.

Para a estimação do canal foi utilizado o algoritmo LMS (*Least Mean Squares*) com parâmetro de passo igual a 0,02, valor este obtido empiricamente através de levantamento do erro médio quadrático. Para contabilizar o desconhecimento acerca do comprimento da resposta ao impulso do canal foram utilizados 8 coeficientes no estimador.

Para todos os equalizadores implementados foram empregados 24 coeficientes, com  $N_1 = 15$  e  $N_2 = 8$ .

Foram realizadas ainda simulações modificando-se a estrutura de dados do MIL-STD-188-110A/B permitindo um aumento de vazão dos dados através do aumento do quadro de dados, acarretando um aumento da taxa de bits útil, já que a taxa de símbolos permaneceu constante. Os demais parâmetros de simulação foram mantidos.

#### 4.3 DESEMPENHO UTILIZANDO O MIL-STD-188-110A/B

Nesta seção serão enumeradas todas as curvas obtidas por simulação nas condições especificadas na seção anterior. Inicialmente serão apresentadas as curvas características e posteriormente as curvas de desempenho de taxa de erro obtidas para uma taxa de transmissão de dados de 2400 bps.

Na Figura 4.2 pode-se observar a curva característica para o decodificador BCJR utilizando o codificador convolucional descrito na seção anterior. Para o decodificador foi ainda levantada uma curva de taxa de erro de bit na saída em função da informação mútua de entrada, ou seja, informação mútua proveniente do equalizador utilizado. Esta

curva está representada na Figura 4.3.

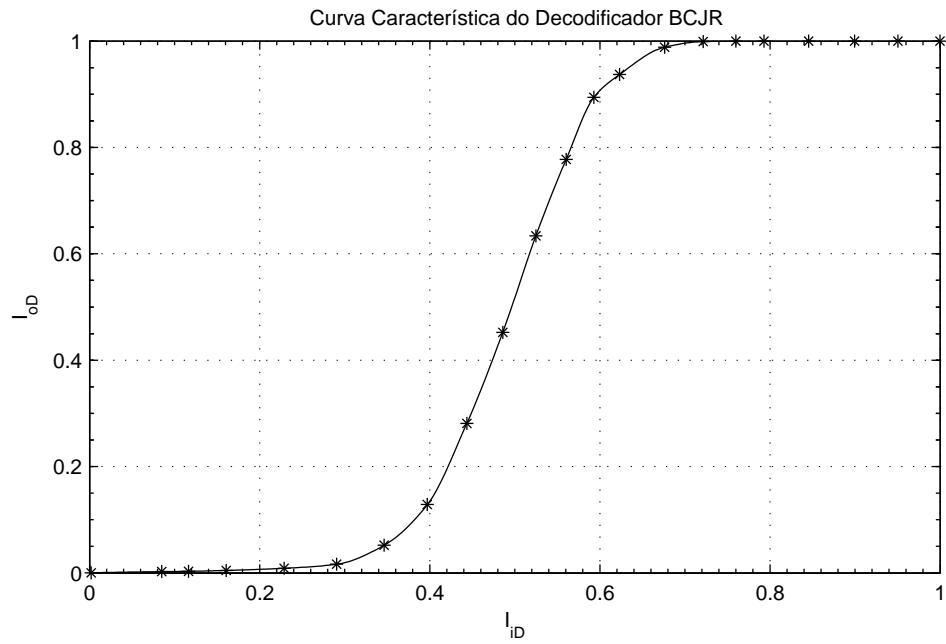


FIG. 4.2: Curva característica do decodificador BCJR.

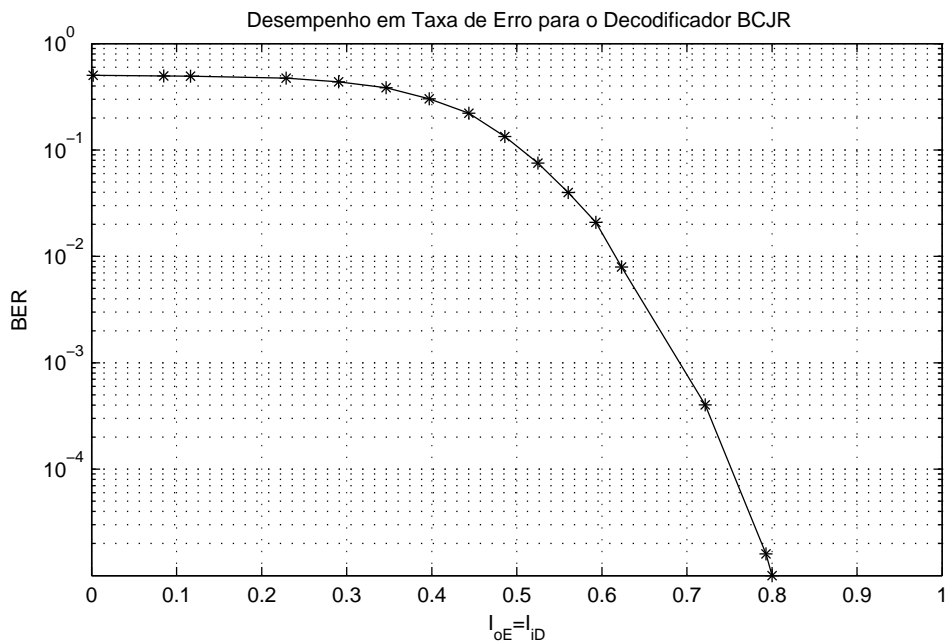


FIG. 4.3: Desempenho de taxa de erro do Decodificador BCJR.

A utilização conjunta da Carta EXIT com esta última curva levantada permite uma estimativa de desempenho em taxa de erro a ser obtido pelo turbo equalizador. Tal como a curva característica do decodificador, esta curva só precisa ser levantada uma única vez



independentemente do canal utilizado e da relação sinal-ruído, já que tais parâmetros só influenciam o desempenho do equalizador.

Na Figura 4.4 pode-se ver a curva característica do equalizador MMSE-TV descrito na Seção 3.2 para diversos valores de  $E_b/N_0$ .

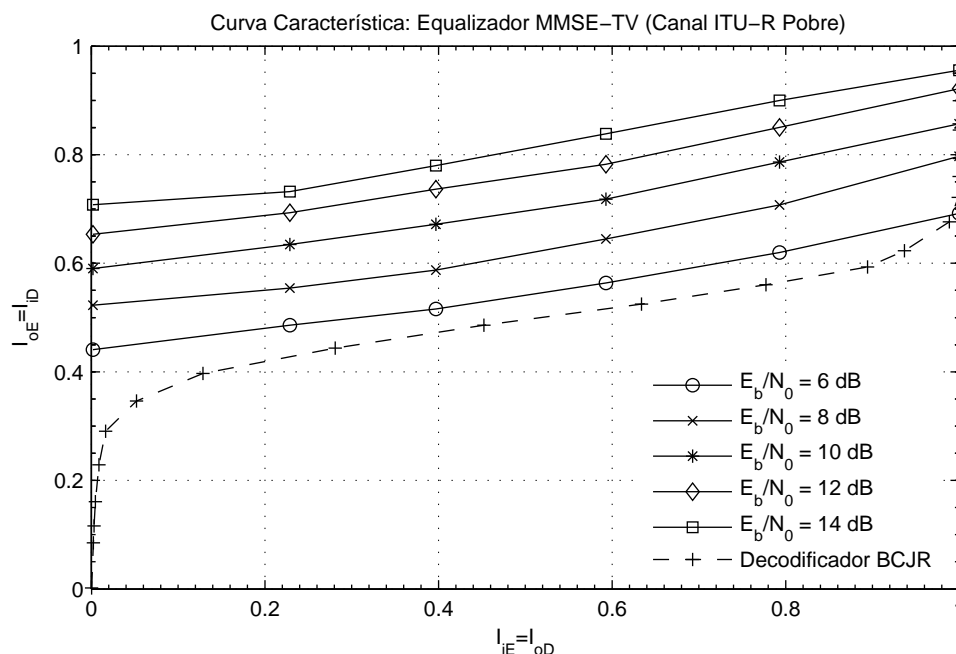


FIG. 4.4: Curva característica do equalizador MMSE-TV, para diversos valores de  $E_b/N_0$ .

Através das curvas das Figuras 4.2 a 4.4 pode-se obter uma avaliação aproximada de desempenho teórico do sistema a partir da representação do processo iterativo na carta EXIT correspondente, como mostrado na Figura 4.5 para o caso de  $E_b/N_0 = 6dB$ .

A Figura 4.6 mostra a curva característica do equalizador MMSE, uma versão simplificada do MMSE-TV, conforme descrito na Seção 3.2 para diversos valores de  $E_b/N_0$ .

Na Figura 4.7 tem-se a curva característica do equalizador MMSE-SV-TV apresentado na Seção 3.5.

A curva característica do equalizador MMSE-ASV-TV, apresentado na Seção 3.6, está representada na Figura 4.8.

Finalmente, na Figura 4.9, vê-se a curva característica do equalizador MMSE-MF apresentado na Seção 3.3. Como esperado, seu desempenho é pior que o dos demais equalizadores para baixos valores de informação mútua de entrada, porém conforme a informação mútua de entrada aumenta, o desempenho deste se aproxima dos demais, sendo idêntico ao do MMSE para informação *a priori* perfeita.

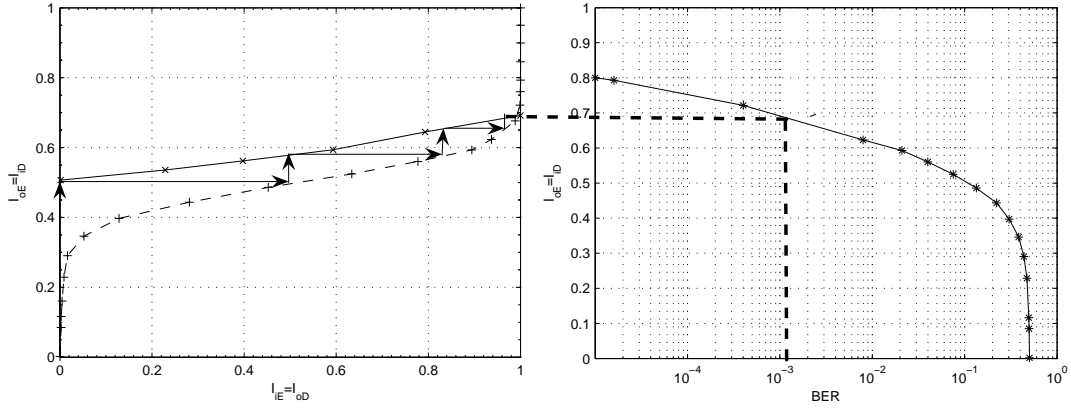


FIG. 4.5: Esquerda: Processo Iterativo do TE MMSE-TV/BCJR para  $E_b/N_0 = 6dB$ . Direita: Desempenho de taxa de erro do Decodificador BCJR. A conexão entre as curvas mostra a BER esperada para o processo após a convergência.

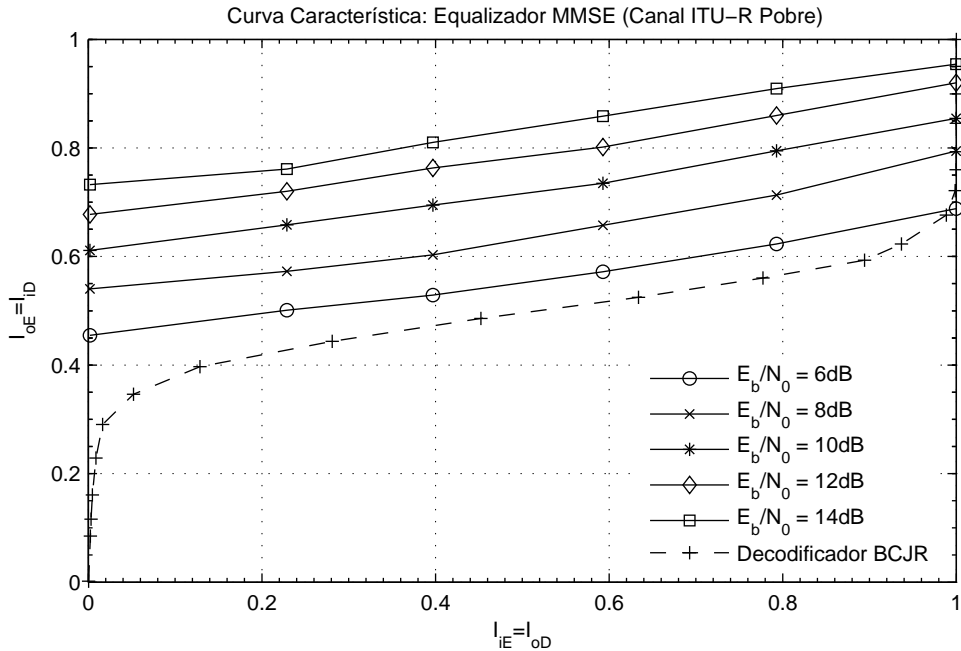


FIG. 4.6: Curva característica equalizador MMSE, para diversos valores de  $E_b/N_0$ .

Devido aos motivos apresentados na Seção 3.3, não foram levantadas curvas para o MMSE-NA.

Comparando as curvas características dos equalizadores estudados espera-se que todos apresentem desempenho similar. Porém, deve-se lembrar que a relação levantada entre as informações mútuas de entrada e saída considera o caso ideal com relação à decorrelação entre as LLR de entrada, ou seja, um *interleaver* de tamanho infinito. Como foi estudado o caso de canais variantes no tempo, o tamanho do *interleaver* deveria ser

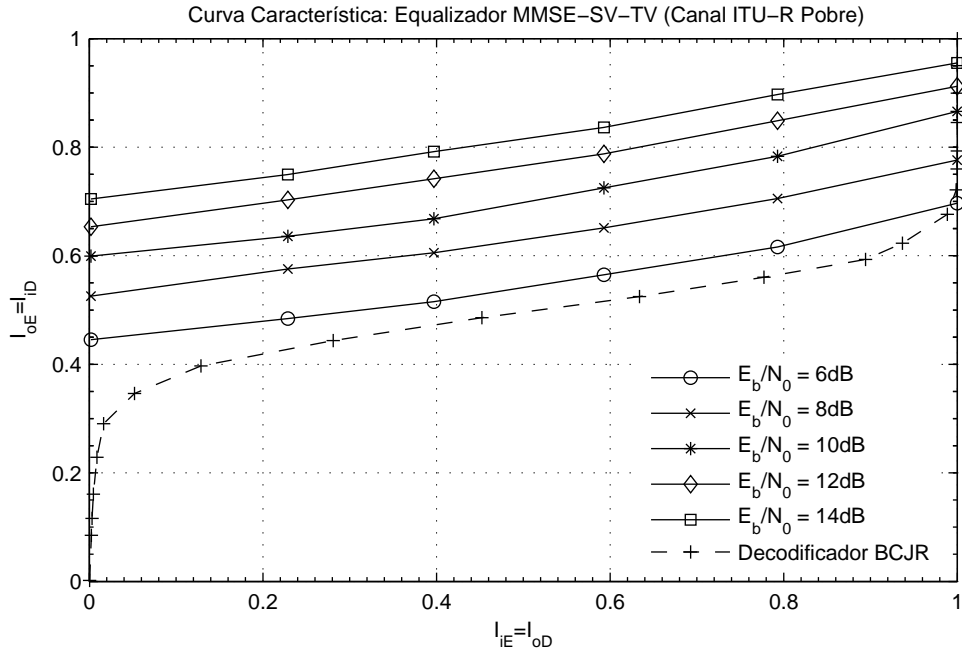


FIG. 4.7: Curva característica do equalizador MMSE-SV-TV, para diversos valores de  $E_b/N_0$ .

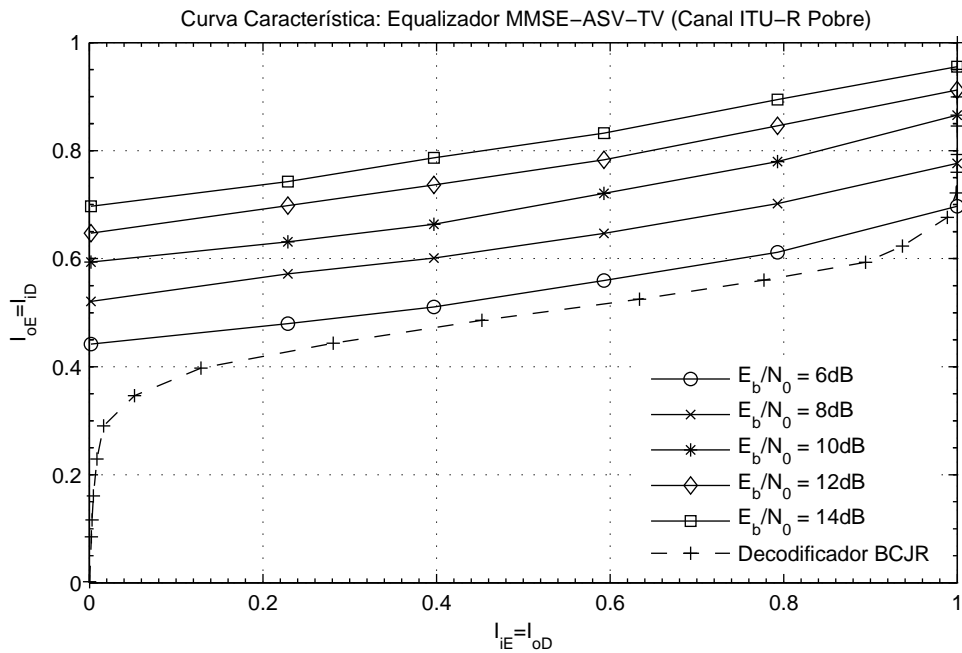


FIG. 4.8: Curva característica do equalizador MMSE-ASV-TV, para diversos valores de  $E_b/N_0$ .

grande quando comparado ao tempo de coerência do canal, de forma que durante o tempo em que cada bloco de símbolos é transmitido ocorram diversos desvanecimentos do canal, ou seja, mínimos locais do ganho de canal. Obedecido este requisito, pode-se considerar

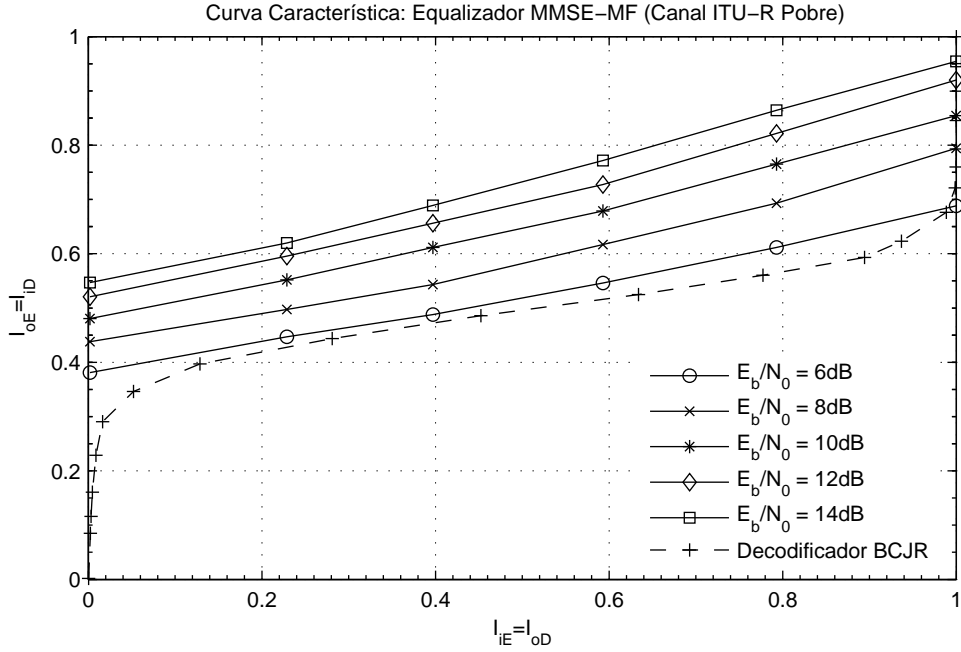


FIG. 4.9: Curva característica do equalizador MMSE-MF, para diversos valores de  $E_b/N_0$ .

que os símbolos na entrada do receptor pertencentes a cada bloco transmitido possuem as mesmas propriedades estatísticas. Como o *interleaver* implementado possui um tamanho da ordem do tempo de coerência do canal, tal exigência não é atendida. Sendo assim, o desempenho levantado pelas Cartas EXIT pode ser visto como uma análise qualitativa de desempenho de um equalizador turbo.

As curvas de desempenho de taxa de erro podem ser vistas nas Figuras 4.10 a 4.13.

Conforme exposto, os resultados apresentados são diferentes dos obtidos pelo processo iterativo realizado como exemplificado na Figura 4.5.

Analisando-se as curvas de desempenho obtidas nota-se que o desempenho do MMSE-TV e do MMSE foram próximos. O que mostra que a abordagem utilizada neste trabalho, de se estimar a variância do erro do estimador e utilizá-la como medida do erro devido ao ruído e devido ao erro de estimação dos coeficientes do canal, foi boa.

Os equalizadores SV-TV e ASV-TV apresentam uma degradação da ordem de  $1\text{dB}$  com relação ao desempenho dos algoritmos anteriores, tendo o ASV-TV desempenho ligeiramente superior ao SV-TV.

Nas Figuras 4.14 e 4.15 estão representadas as curvas de desempenho de taxa de erro para os equalizadores SV-TV e ASV-TV, respectivamente, com o uso do *interleaver* longo, ou seja, 11520 intervalos de símbolo, o que corresponde a 4,8s. Note-se o uso de escalas diferentes quando comparados aos resultados anteriores.

Fica evidenciado nestas figuras o ganho de desempenho obtido pelo aumento de tamanho do interleaver, já que tal aumento torna as LLR de entrada mais descorrelacionadas, aproximando-se da situação ideal prevista pelas curvas características.

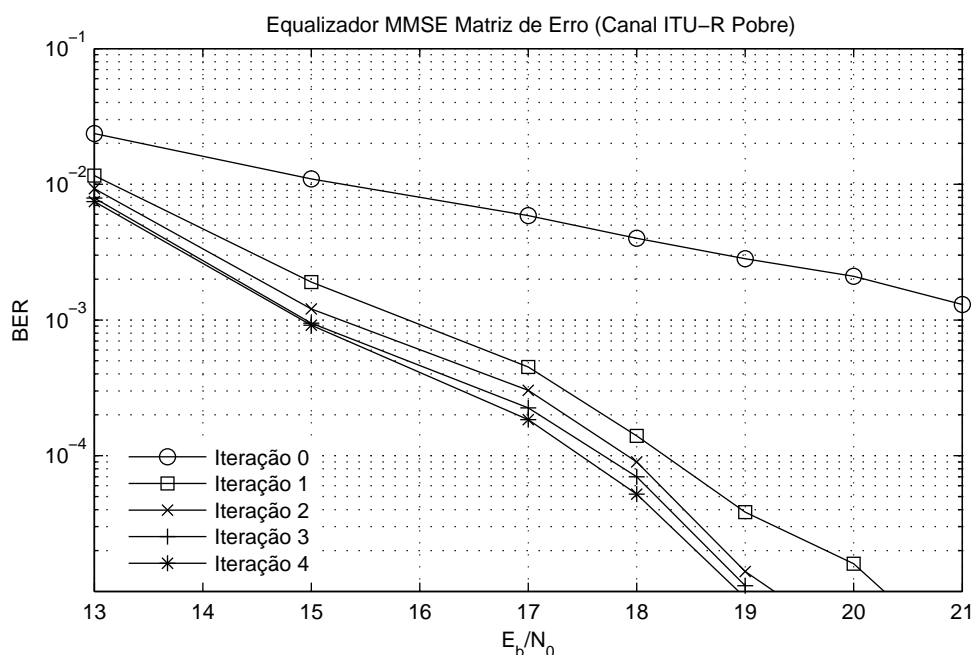


FIG. 4.10: Taxa de Erro em função da razão  $E_b/N_0$  do Equalizador MMSE-TV, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B.

#### 4.4 DESEMPENHO COM AUMENTO DE VAZÃO

Modificando-se o padrão de relação entre o tamanho do quadro de dados e o de treinamento é possível aumentar a vazão de dados do sistema. Essa modificação, porém, influencia o desempenho do sistema. O impacto desta mudança pode ser analisado através das Cartas EXIT.

Nas Figuras 4.16 a 4.18 estão representadas as curvas características de três dos equalizadores estudados, para as mesmas condições de simulação da seção anterior alterando-se o quadro de dados para 256 símbolos e o quadro de treinamento para 32 símbolos. Para permitir a comparação estão representados nos gráficos os resultados obtidos anteriormente.

Fica evidenciado que o aumento no quadro de dados implica uma menor infomação mútua de saída quando há desconhecimento completo sobre os bits codificados, ou seja, quando  $I_i^E = 0$ . Isso ocorre devido ao maior erro de estimação do canal, já que o estimador

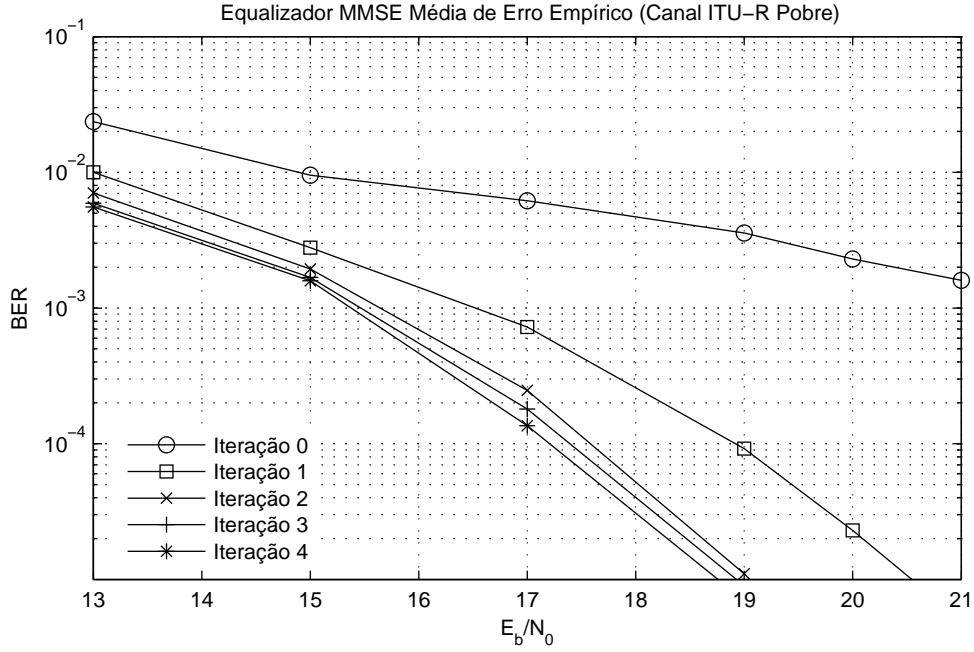


FIG. 4.11: Taxa de Erro em função da razão  $E_b/N_0$  do Equalizador MMSE utilizando a média empírica da variância do erro, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B.

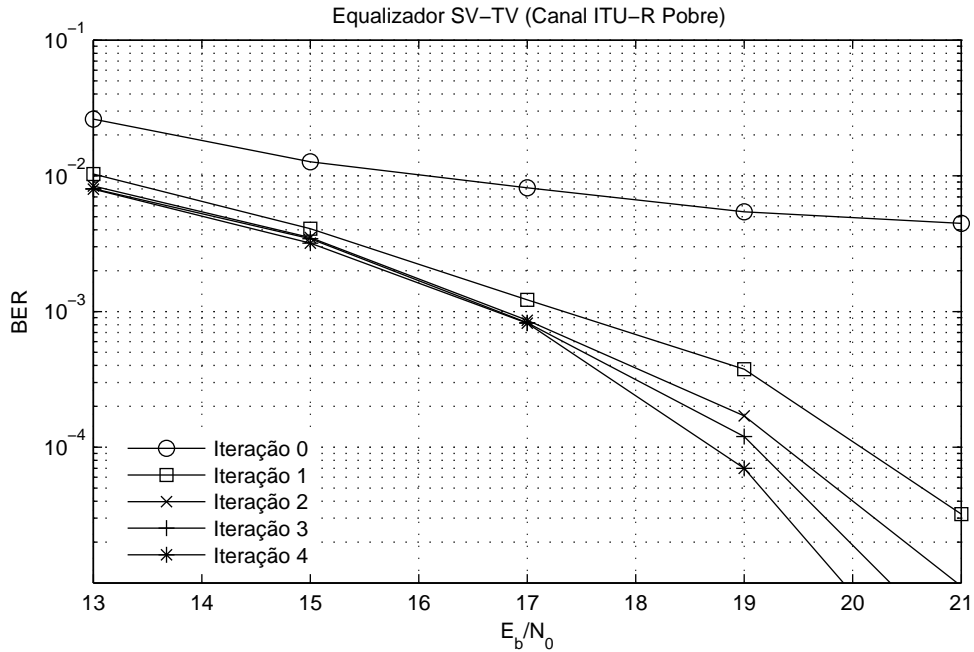


FIG. 4.12: Taxa de Erro em função da razão  $E_b/N_0$  do Equalizador SV-TV, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B.

passa um tempo maior sem receber informação acerca dos símbolos transmitidos. Porém, a informação mútua de saída tende a aumentar quando  $I_i^E = 1$ , já que para um aumento

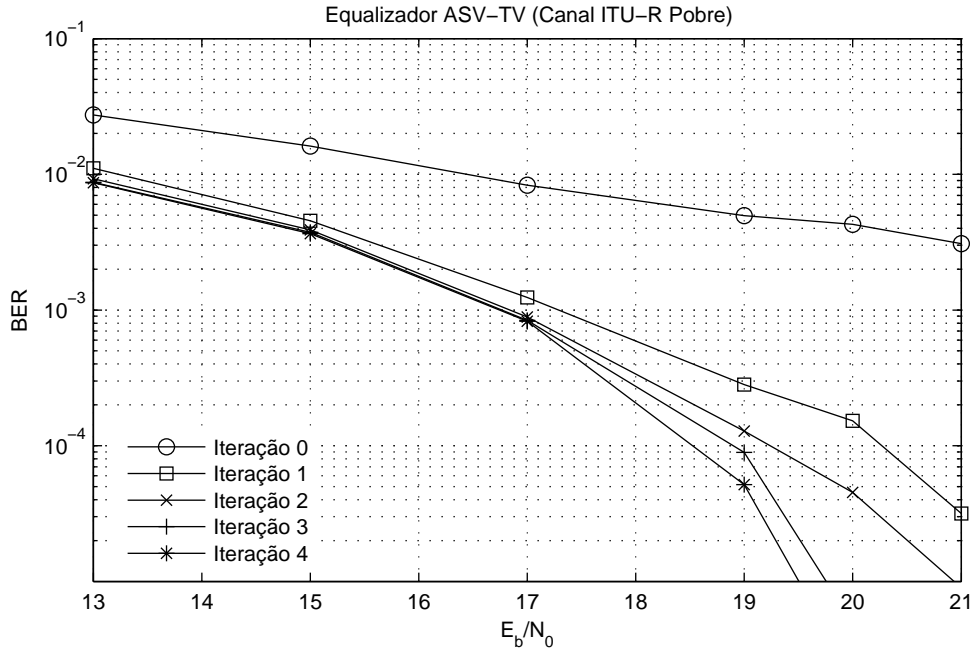


FIG. 4.13: Taxa de Erro em função da razão  $E_b/N_0$  do Equalizador ASV-TV, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B.

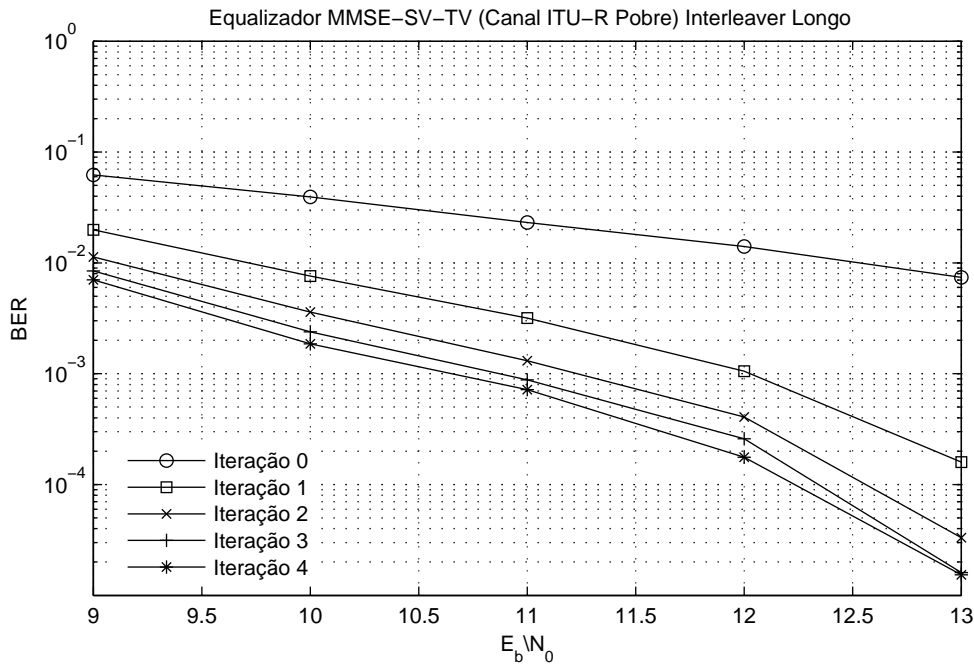


FIG. 4.14: Taxa de Erro em função da razão  $E_b/N_0$  do Equalizador SV-TV, com *interleaver* longo, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B.

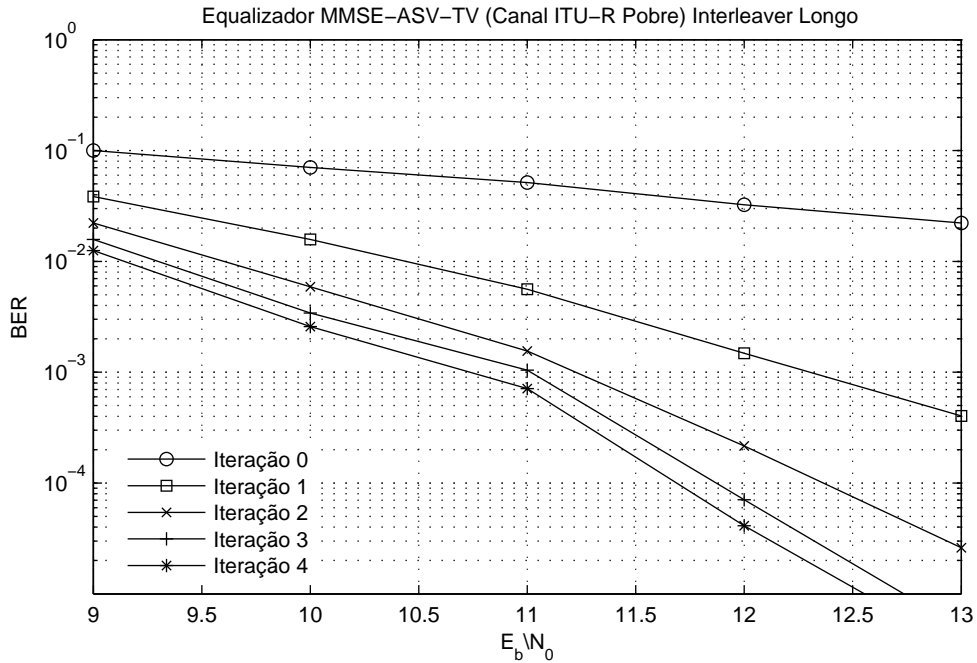


FIG. 4.15: Taxa de Erro em função da razão  $E_b/N_0$  do Equalizador ASV-TV, com *interleaver* longo, para canal ITU-R pobre modificado, e comprimento dos quadros de treinamento e dados segundo o MIL-STD-188-110A/B.

do quadro de dados a taxa de codificação geral (contando com a relação entre quantidade de símbolos de dados e de treinamento) tende a aumentar.

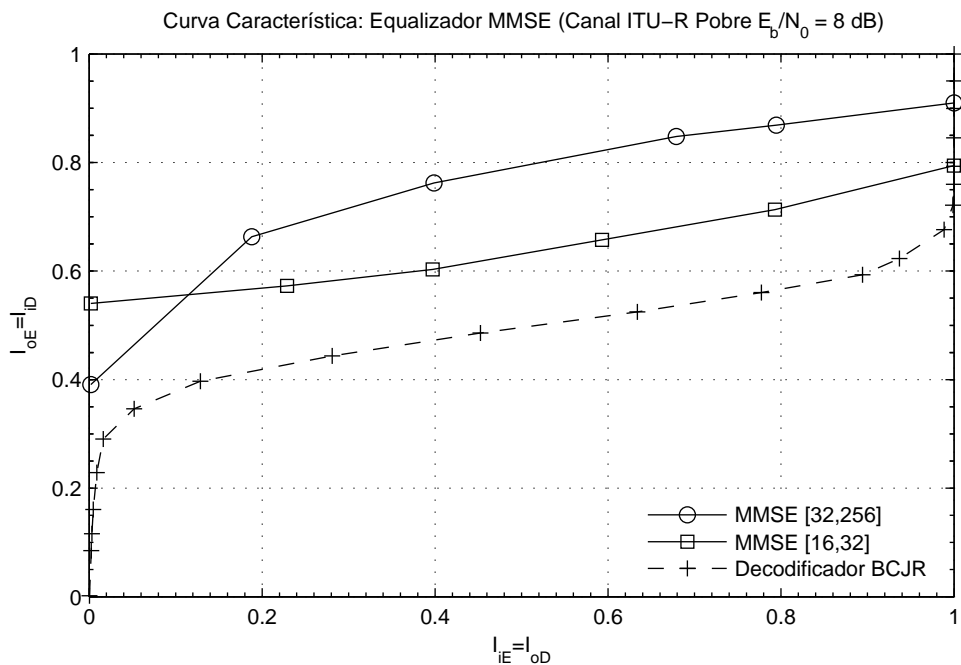


FIG. 4.16: Comparação entre as curvas características para o equalizador MMSE com alteração do tamanho de quadro de dados.



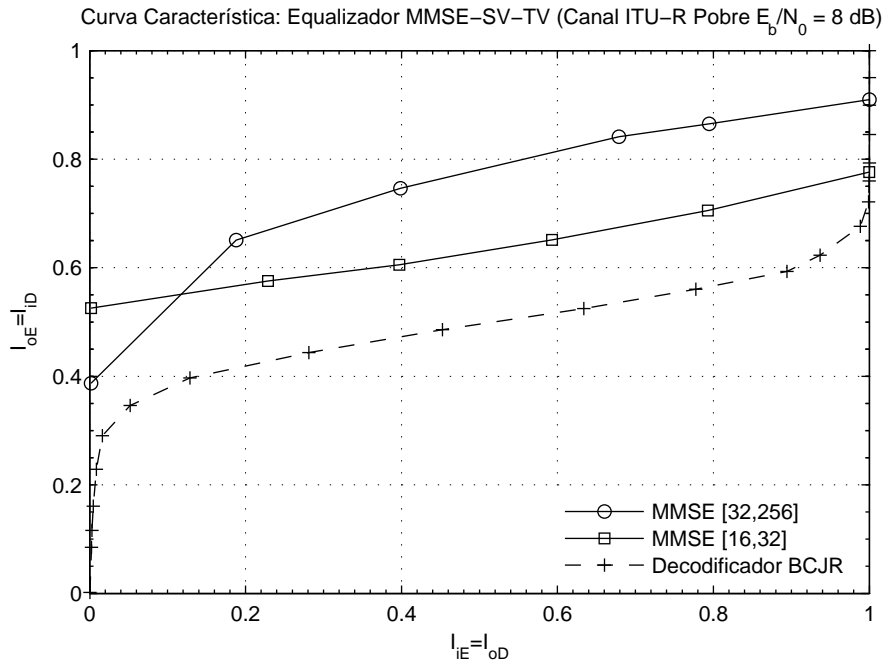


FIG. 4.17: Comparação entre as curvas características para o equalizador SV-TV com alteração do tamanho de quadro de dados.

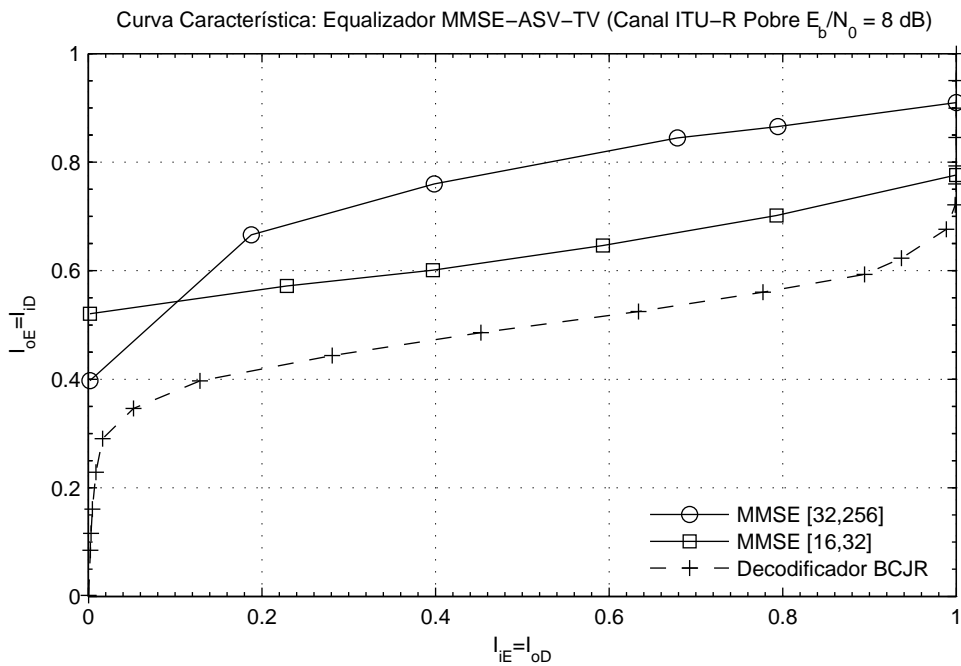


FIG. 4.18: Comparação entre as curvas características para o equalizador ASV-TV com alteração do tamanho de quadro de dados.

#### 4.5 COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

Para realizar a análise de complexidade computacional dos algoritmos apresentados foram levadas em consideração somente as operações matemáticas. As demandas por

área de memória e o tempo gasto com o acesso às mesmas não foram considerados.

A Tabela 4.3 apresenta o número de operações aritméticas envolvidas no cálculo de algumas operações matriciais. Para o cálculo da inversa de uma matriz, foi considerado o algoritmo de Gauss-Jordan.

TAB. 4.3: Complexidade Computacional de algumas Operações Matriciais

Operação	Número de Somas	Número de Multiplicações	Número de Divisões
Inversa de Matriz	$\frac{8n^3-9n^2+n}{6}$	$\frac{8n^3-9n^2+n}{6}$	$\frac{3n^2-n}{2}$
Produto de $\mathbf{A}_{a \times b}$ por $\mathbf{B}_{b \times c}$	$a \cdot (b-1) \cdot c$	$a \cdot b \cdot c$	-
Produto de $\mathbf{A}_{a \times b}$ por $\mathbf{x}_{b \times 1}$	$a \cdot (b-1)$	$a \cdot b$	-

Os algoritmos apresentados apenas diferem na forma de cálculo dos coeficientes  $\mathbf{f}_n$ , já que o cálculo da variância do erro  $e_n$  é de responsabilidade do estimador de canal. Sendo assim, para comparar a complexidade dos algoritmos basta observar o número de operações realizadas para o cômputo dos coeficientes do filtro linear a cada instante de tempo. Dessa forma, os algoritmos MMSE e MMSE-TV apresentam a mesma complexidade.

Para a avaliação destes dois últimos algoritmos foi considerado o cálculo recursivo dos coeficientes como mostrado em (3.29) a (3.33).

Para o SV-TV, o cálculo da inversa é realizado apenas uma vez a cada conjunto de quadro de dados e de treinamento. Sendo assim, o valor apresentado é o valor médio de operações por símbolo, já que o cálculo pode ser distribuído ao longo do tempo. Os símbolos  $K_T$  e  $K_D$ , representam respectivamente o tamanho dos blocos de treinamento e de dados. A média para este caso deve ser tomada considerando  $K_T + K_D$ , pois, sendo os demais algoritmos recursivos, é necessário o cálculo de  $\mathbf{f}_n$  mesmo ao longo de quadros de treinamento.

No caso do ASV-TV o cálculo da primeira inversa não é computado para a análise de complexidade, pois é calculado uma única vez.

A Tabela 4.4 apresenta o número de operações aritméticas necessário para o cômputo dos coeficientes do filtro linear.

TAB. 4.4: Complexidade computacional dos equalizadores SISO para o cálculo de  $\mathbf{f}_n$ .

Cálculo dos Coeficientes			
Operação	Número de Somas	Número de Multiplicações	Número de Divisões
MMSE	$4N^2 - 7N + 3$	$4N^2 - 3N - 2$	$N$
SV-TV	$N(N - 1) + \frac{14N^3 - 21N^2 + 6N^2L + 7N}{6(K_T + K_D)}$	$N^2 + \frac{14N^3 - 9N^2 + 6N^2L + N}{6(K_T + K_D)}$	$\frac{3N^2 - N}{2(K_T + K_D)}$
ASV-TV	$3N^3 + N^2L - 2N^2 - N$	$3N^3 + N^2L + N^2$	

Considerando um processador que consiga efetuar uma divisão no mesmo tempo que uma multiplicação e ignorando as operações de soma, pode-se traçar um gráfico de complexidade para os algoritmos apresentados em função de  $N$ ,  $L$ ,  $K_T$  e  $K_D$ .

Na Figura 4.19 está representado um gráfico de complexidade considerando-se  $K_T = 16$ ,  $K_D = 32$  e  $L = 8$ .

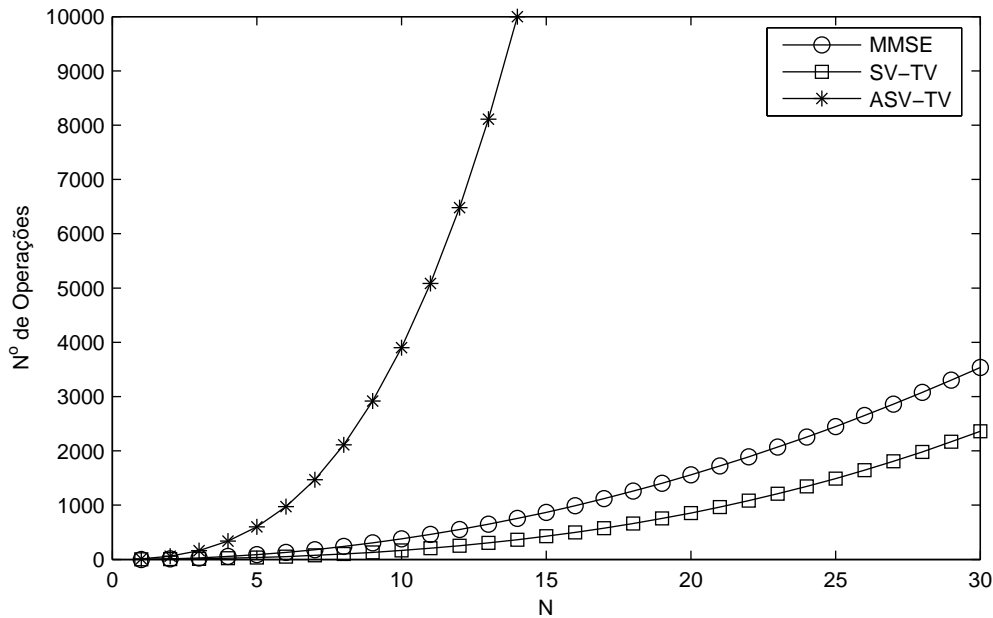


FIG. 4.19: Comparação do número de operações realizada por cada equalizador para o cálculo de  $\mathbf{f}_n$ .

Conforme pode ser observado na Figura 4.19 a complexidade do SV-TV fica abaixo da obtida para o caso MMSE, mostrando-se uma boa opção para redução de complexidade. Para o caso do ASV-TV fica claro que a aproximação do cálculo da inversa não supera a obtida pelo uso da recursividade, mostrando não ser uma boa opção a escolha deste último algoritmo.

Porém, apesar de não terem sido explorados nesta dissertação, alguns algoritmos permitem a redução de complexidade de operações de multiplicação de matrizes, tornando mais competitiva a complexidade do ASV-TV.

Em (ROBINSON, 2005), é citado a existência de um algoritmo que permite a multiplicação de matrizes com complexidade de  $O(n^{2,38})$ , além disso comenta sobre a possibilidade de se realizar as multiplicações com complexidade mais próxima de  $O(n^2)$ .

Outro ponto passível de ser explorado é a estrutura da matriz de convolução que possui diversos elementos nulos em posições determinadas em função de  $N$  e de  $L$ , o que pode resultar em uma diminuição de complexidade em função destes parâmetros.

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram avaliados equalizadores turbo sub-ótimos, baseando-se nas condições previstas pelo MIL-STD-188-110A/B, que apresentam desempenho satisfatório quando comparados ao algoritmo ótimo, o BCJR, porém com uma complexidade computacional reduzida. Foram propostas modificações em algoritmos existentes com o intuito de redução de complexidade facilitando a implementação e aplicação em canais na faixa de HF. Um estudo sobre utilização de estimadores de canal e compensação por erros de estimativas foi realizado. A complexidade computacional dos algoritmos estudados foi levantada através do número de operações aritméticas.

A avaliação do emprego dos equalizadores turbo foi feita utilizando o MIL-STD-188-110A/B, um dos padrões internacionais para interoperabilidade de modems na faixa de HF.

Sobre os equalizadores turbo para canais variantes no tempo aqui apresentados, pode-se concluir que:

- O equalizador MMSE-NA apresenta a mesma complexidade que o MMSE quando aplicado a casos de canais variantes no tempo, mesmo usando recursividade para o cálculo da inversa da matriz de correlação. Apresenta desempenho inferior ao MMSE para altos valores de informação mútua de entrada e não é portanto uma boa opção para o caso específico de canais na faixa de HF;
- O equalizador MMSE-MF é uma boa opção para aplicação nas iterações finais do processo de equalização turbo, já que apresenta desempenho semelhante ao MMSE com valores altos de informação mútua de entrada, porém com uma baixa complexidade. Isto porque os coeficientes do filtro tornam-se função linear dos coeficientes estimados da resposta ao impulso do canal, reduzindo assim o tempo despendido pelo processador para o cálculo destes e conseqüentemente reduz a energia demandada pelo mesmo;
- O desempenho encontrado para os equalizadores MMSE, seja utilizando a média empírica da variância de erro, ou utilizando uma aproximação da variância de erro obtida para cada instante do tempo, foi semelhante, mostrando que a média empírica traz resultados satisfatórios nas condições avaliadas;

- A adaptação proposta neste trabalho, de se realizar o cálculo da inversa apenas uma vez para cada quadro de dados (SV-TV), apresentou desempenho satisfatório, com uma degradação da ordem de 1 dB para atingir a BER de  $10^{-5}$  quando comparado ao equalizador MMSE. Além disso, sua complexidade é menor do que o cálculo recursivo, permitindo ainda a distribuição do processamento ao longo de um tempo equivalente a um quadro de dados e de treinamento;
- O outro algoritmo proposto neste trabalho, que realiza uma aproximação da inversa da matriz de covariância (ASV-TV) apresentou desempenho próximo ao do SV-TV, porém ao analisar sua complexidade esta solução torna-se pouco atraente, já que, além de apresentar perda no desempenho, é mais complexa que o cálculo exato recursivo da inversa. Porém, uma análise de algoritmos ótimos para multiplicação de matrizes pode reduzir grandemente a complexidade deste algoritmo, uma vez que existem algoritmos que permitem a multiplicação com  $O(n^{2,38})$ ;
- O equalizador MF pode ser utilizado em um esquema de chaveamento de equalizadores turbo, em particular para iterações mais avançadas. O ponto de chaveamento pode ser definido em função de parâmetros estimados, tais como a variância do erro do estimador, que fornece informação acerca da relação sinal-ruído, e a variância média dos símbolos transmitidos, que pode servir como parâmetro de avaliação da confiabilidade da informação mútua de entrada;
- Através de análise das Cartas EXIT é possível escolher a melhor estratégia de equalizador a ser utilizado em função do decodificador definido para utilização no esquema turbo.

Ficou evidenciada neste trabalho a característica qualitativa da aplicação de Cartas EXIT, já que os equalizadores turbo analisados apresentariam desempenho semelhante por esta análise, não sendo esta a realidade vista nas curvas de desempenho de taxa de erro. O valor desta ferramenta não é diminuído, já que é uma forma rápida de se verificar o funcionamento e o desempenho esperado de um bloco SISO de forma independente do processo.

Pela análise de complexidade conclui-se que pode ser possível a implementação de equalizadores turbo utilizando DSPs disponíveis no mercado atualmente, faltando para uma definição conclusiva uma investigação sobre decodificadores de baixa complexidade com bom desempenho no processo iterativo, uma vez que o empregado neste trabalho apresenta alta dificuldade de implementação e alta demanda de processamento.

Esta linha de trabalho pode ser prosseguida através dos seguintes temas para pesquisas futuras:

- Avaliação do desempenho dos equalizadores aqui apresentados em outros modelos de canais, previstos pelo ITU-R ou não;
- Avaliação de desempenho com utilização de outros padrões para modems em HF;
- Investigação da possibilidade de chaveamento de um equalizador como os aqui apresentados para o MF, particularmente com altos valores de informação mútua de entrada;
- Estudo de algoritmos de decodificadores que apresentem menor complexidade computacional sem comprometimento severo do desempenho do sistema;
- Implementação de equalizadores turbo em DSP.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A. GLAVIEUX, C. L. e LABAT, J. Turbo equalization over a frequency selective channel. Em *Proc. Int. Symp. On Turbo Codes*, págs. 96–102, Brest, France, September 1997.
- BIDAN, R. L. *Turbo-equalization for bandwidth-efficient digital communications over frequency-selective channels*. Ph. d. dissertation, INSA, Rennes, France, November 2003.
- BRINK, S. T. **Convergence of iterative decoding**. *Electron Lett.*, (35):806–808, 1999.
- C. BERROU, A. GLAVIEUX, P. T. New shannon limit error-correcting coding: Turbo codes. Em *Proc. 1993 Int. Conf. Comm.*, págs. 1064–1070, Geneva, Suíça, May 1993.
- C. C. WATTERSON, J. J. e BENSEMA, W. D. **Experimental confirmation of an HF channel model**. *IEEE Trans. on Communication Technology*, COM-18(6):792–803, December 1970.
- C. DOUILLARD, M. JEZEQUEL, C. B. A. P. P. D. A. G. **Iterative correction of intersymbol interference: Turbo equalization**. *European Trans. Telecomm.*, 6, 1995.
- C. LAOT, A. GLAVIEUX, J. L. **Turbo equalization: Adaptive equalization and channel decoding jointly optimized**. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 19(9):1744–1752, September 2001.
- C. LAOT, R. L. B. e LEROUX, D. **Low complexity linear turbo equalization: A possible solution for EDGE**. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, August 2002.
- C. LAOT, R. L. B. e LEROUX, D. Real-time MMSE turbo-equalization on the TMS302C5509 fixed-point DSP. Em *ICASSP04*, Canada, 2004.
- CARLSON, A. B. *Communication Systems*. McGraw-Hill Book Company, 3 edition, 1986.
- DE SÁ NETO, L. C. *Avaliação de Desempenho de Equalizadores Turbo de Baixa Complexidade*. Dissertação (mestrado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ, March 2006.
- E. ELEFTHERIOU, D. D. F. **Adaptive equalization techniques for HF channels**. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, págs. 238–247, February 1987.
- G. BAUCH, H. K. e HAGENAUER, J. Iterative equalization and decoding in mobile communications systems. Em *Proc. 2nd European Personal Mobile Commun. Conf. EPMCC'97*, págs. 307–312, Bonn., Germany, Sept.-Oct. 1997.
- HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. Prentice-Hall, 3 edition, 1993.



- ITU-R. **Rec. ITU-R F.520 (withdrawn): Use of high frequency ionospheric channel simulators.** 1992.
- ITU-R. **Rec. ITU-R F.1487: Testing of HF modems with bandwidths of up to about 12 khz using ionospheric channel simulators.** 2000.
- J. G. PROAKIS, M. S. *Communications Systems Engineering.* Prentice-Hall, 2 edition, 1994.
- KAY, S. M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation.* Prentice-Hall, 1 edition, 1993.
- L. BAHL, J. COCKE, F. J. J. R. **Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate.** *IEEE Trans. Inform. Theory*, 20:284–287, March 1974.
- M. TÜCHLER, A. C. SINGER, R. K. **Turbo equalization: Principles and new results.** *IEEE Trans. Communications*, 50(5):754–766, May 2002a.
- M. TÜCHLER, R. O. Block siso linear equalizers for turbo equalization in serial-tone HF modems. Em *Proc. Norwegian Signal Processing Symp. (NORSIG)*, págs. 93–98, Trondheim, Norway, October 2001.
- M. TÜCHLER, R. O. Improved receivers for digital high frequency waveforms using turbo equalization. Em *Proc. Military Communications Conf. (MILCOM)*, Anaheim, USA, October 2002b.
- M. TÜCHLER, R. O. Low-complexity turbo equalization for time-varying channels. Em *Proc. 55th IEEE Vehicular Technology Conf.*, Birmingham, AL, USA, May 2002c.
- MÜLLER, A. **Simulation of multipath fading channels using the monte-carlo method.** *IEEE International Conference on Communications*, 3:1536–1540, May 1994.
- OTNES, R. *Improved receivers for digital High Frequency communications: Iterative channel estimation, equalization and decoding (adaptive turbo equalization).* Ph. d. dissertation, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2002.
- PROAKIS, J. G. *Digital Communications.* McGraw-Hill, 3 edition, 1995.
- R. KOETTER, A. C. SINGER, M. T. **Turbo equalization.** *IEE Communications Magazine*, págs. 67–80, January 2004.
- R. OTNES, N. B. Evaluation of turbo equalization for the high-rate HF waveforms of stanag 4539. volume 493, págs. 114–119, June 2003.
- ROBINSON, S. **Toward an optimal algorithm for matrix multiplication.** *SIAM News*, 38(9), 2005.