

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**Cap ALEXANDRE DE MACEDO TORTURELA**

**RECEPTORES MLSE-PSP BASEADOS EM  
ALGORITMOS FVLMS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Ernesto Leite Pinto – D. C.

Rio de Janeiro

2003

© 2003

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ            CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

T712 Torturela, Alexandre de Macedo.

Receptores MLSE-PSP Baseados em Algoritmos FVLMS  
/ Alexandre de Macedo Torturela – Rio de Janeiro: Instituto  
Militar de Engenharia, 2003.

134 p. : il., tab.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia –  
Rio de Janeiro, 2003.

1. Comunicações Digitais. 2. Telecomunicações. 3.  
Engenharia Elétrica. I. Instituto Militar de Engenharia. II.  
Título.

CDD621.382

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**Cap ALEXANDRE DE MACEDO TORTURELA**

**RECEPTORES MLSE-PSP BASEADOS EM  
ALGORITMOS FVLMS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Ernesto Leite Pinto – D. C.

Aprovada em 03 de outubro de 2003 pela seguinte Banca Examinadora:

---

Prof. Ernesto Leite Pinto – D. C. do IME - Presidente

---

Prof. Marco Grivet Mattoso Maia – Ph.D. da PUC/Rio

---

Prof. Pedro Henrique Gouvea Coelho – Ph.D. da UERJ

---

Cap Juraci Ferreira Galdino – D. C. do IME

Rio de Janeiro

2003

A Deus, que nos fez espíritos eternos e que nos concedeu o dom da consciência, da inteligência e do livre-arbítrio,  
à minha esposa, Claudia, pelo carinho e paciência durante os momentos de privações impostos pelos estudos,  
à minha mãe, Angela, que sempre me incentivou com palavras de otimismo e sabedoria,  
a meu pai, Moacir, por toda sua dedicação e pelo notável exemplo de perseverança, cuja lembrança não me permitiu esmorecer.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Orientador Ernesto Leite Pinto, pela sua dedicação durante todo o curso. Sua orientação, sempre segura, foi fundamental para a conclusão desta obra.

Aos professores Marco Grivet Mattoso Maia, Ph.D. da PUC-Rio, e Pedro Henrique Gouvea Coelho, Ph.D. da UERJ, por prestigiarem o trabalho realizado com suas presenças nos seminários realizados, tecendo sugestões e críticas que muito contribuíram para o andamento da tese.

Ao Maj QEM Roberto Ades, D. C., coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do IME, e à Prof. Wilma de Araujo Gonzalez, D. C., chefe da Subdivisão de Cursos de Pós-Graduação do IME, pelo apoio prestado durante todo o curso.

Ao Cel QEM José Marcos Granato, superintendente da IMBEL/FMCE, ao Maj QEM Claudio Nossar Paranhos Junior e ao Maj QEM José Antonio de Sousa Fernandes, meus superiores, que permitiram a flexibilização de meu horário de expediente, viabilizando assim a conclusão deste longo trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, agradeço aos seus professores e funcionários a oportunidade a mim concedida de realizar tão conceituado curso.

À minha esposa Claudia, o meu mais especial agradecimento: esta dissertação só pôde ser realizada graças ao seu apoio e carinho durante toda esta jornada.

**“Aquilo que guia e arrasta o mundo não  
são as máquinas, mas as idéias.”**

Victor Hugo

## SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....	10
LISTA DE TABELAS .....	14
LISTA DE SÍMBOLOS .....	15
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	16
<b>1      INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
<b>2      MODELAGEM DO SISTEMA RADIOMÓVEL DIGITAL .....</b>	<b>24</b>
2.1    Introdução.....	24
2.2    O problema provocado pela Interferência Entre Símbolos (IES).....	25
2.3    Desvanescimento por multipercursos como causa de IES.....	28
2.4    Emprego de filtro transversal para Equalização Adaptativa .....	33
2.5    Equalização Não-Fracionária Síncrona .....	35
2.6    Equalização Fracionária Síncrona .....	36
<b>3      OS ALGORITMOS FVLMS .....</b>	<b>39</b>
3.1    Introdução.....	39
3.2    O Algoritmo FVLMS convencional .....	40
3.3    O Algoritmo OVLMS .....	44
3.4    Manutenção do erro de estimação nos algoritmos FVLMS e OVLMS	46
3.5    Conseqüências da redução do número de coeficientes do filtro para o algoritmo OVLMS.....	47
3.6    O Algoritmo WFVLMS.....	49
3.6.1    Determinação dos pesos do algoritmo a partir de modelo autoregressivo...	50
3.6.2    Determinação dos pesos do algoritmo a partir do critério ML.....	51
3.6.3    Equações de adaptação do algoritmo WFVLMS.....	53
3.6.4    Considerações acerca do algoritmo WFVLMS.....	54

<b>4</b>	<b>ERRO QUADRÁTICO MÉDIO NA ESTIMAÇÃO DO SINAL RECEBIDO .....</b>	<b>56</b>
4.1	Introdução.....	56
4.2	Equivalência entre os algoritmos FVLMS e OVLMS.....	57
4.3	Sensibilidade dos algoritmos FVLMS às variações de seus parâmetros.....	58
4.3.1	Escolha do retardo máximo admitido (J).....	59
4.3.2	Escolha do número de coeficientes do filtro adaptativo (L).....	62
4.3.3	Escolha do fator de esquecimento ( $\mu$ ).....	65
4.3.4	Escolha da taxa de amostragem (K).....	68
4.3.5	Escolha dos parâmetros P e N para truncamento da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção.....	69
4.3.6	Avaliação de robustez quanto a falhas de sincronismo.....	73
4.4	Efeito do truncamento da matriz autocorrelação $\Lambda$ .....	74
4.5	Comparação de desempenho entre os algoritmos FVLMS, LMS e RLS....	75
4.6	Comparação de desempenho entre os algoritmos FVLMS e WFVLMS.....	81
4.7	Conclusões.....	86
<b>5</b>	<b>AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO PELA TAXA DE ERROS DE BITS.....</b>	<b>89</b>
5.1	Introdução.....	89
5.2	O algoritmo de Viterbi com processamento por percurso sobrevivente.....	92
5.3	Escolha da métrica de decisão das transições.....	94
5.4	Escolha do instante de amostragem em função da ordem do AV.....	95
5.5	O programa de simulação.....	96
5.6	Análise dos resultados obtidos nas simuações.....	98
5.6.1	RM deslocando-se a 8Km/h em relação à ERB.....	98
5.6.2	RM deslocando-se a 50Km/h em relação à ERB.....	101
5.6.3	Desempenho do receptor em função da ordem do AV (V).....	103
5.6.4	Tabulação dos resultados obtidos nas simulações.....	107
5.6.5	Distribuição da incidência de erros ao longo dos quadros.....	109
5.6.6	Frequência de erros por quadro.....	110
5.7	Esforço computacional dos algoritmos testados.....	111
5.8	Conclusões.....	112



<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>115</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>121</b>
<b>8</b>	<b>APÊNDICES.....</b>	<b>124</b>
8.1	APÊNDICE A: EQUAÇÕES NORMAIS PARA RECEPÇÃO COM SUPERAMOSTRAGEM.....	125
8.2	APÊNDICE B: DEDUÇÃO DO ALGORITMO WFVLS A PARTIR DAS EQUAÇÕES NORMAIS PARA RECEPÇÃO COM SUPERAMOSTRAGEM.....	128
8.3	APÊNDICE C: CÁLCULO DAS PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS DO SINAL DE SAÍDA DE UM FILTRO TENDO NA ENTRADA UM SINAL ALEATÓRIO BRANCO.....	132

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG 2.1	Modelo do sistema radiomóvel em banda básica .....	25
FIG 2.2	Pulso de Nyquist .....	27
FIG 2.3	Mecanismos de propagação em canal radiomóvel com desvanescimento por multipercurso .....	29
FIG 2.4	O efeito Doppler .....	31
FIG 2.5	O Espectro Clássico (de Jakes) .....	32
FIG 2.6	Equalização adaptativa por meio de filtro transversal .....	34
FIG 3.1	Transformação do ruído branco em colorido através do filtro de recepção.....	50
FIG 4.1	Comparação entre os algoritmos FVLMS e OVLMS quanto ao erro quadrático médio, tendo os dois algoritmos com os mesmos valores de parâmetros e sob as mesmas condições do canal (no caso, $N=11$ , $P=5$ , $K=2$ , $L=5$ , $\mu=0.2$ e $J=2$ ; $E_b/N_0=40\text{dB}$ , $\mu=5T/8$ e $f_dT=1E-4$ ) .....	58
FIG 4.2	Curvas de aprendizagem obtidas com (a) $J=1T$ e (b) $J=2T$ , para diferentes valores do retardo do segundo raio .....	60
FIG 4.3	Valor quadrático médio dos elementos de $\mathbf{W}_k=[w_1 w_2 w_3 w_4 w_5]^T$ para simulação de aprendizagem do algoritmo FVLMS, com os seguintes parâmetros: $J=1$ , $L=5$ , $N=11$ , $P=5$ , $K=2$ , $\mu=0.1$ , $E_b/N_0=40\text{dB}$ e $f_dT=2.7E-4$ .....	61
FIG 4.4	Desempenho do FVLMS para retardo entre raios não-múltiplo de $J/(L-1)$ : (a) $J=1$ e $L=4$ ; (b) $J=2$ e $L=4$ .....	62
FIG 4.5	Curvas de aprendizagem para diferentes valores de $L$ , sendo o retardo de segundo raio igual a $0,75T$ e o parâmetro $J$ igual a 2 .....	63
FIG 4.6	Curvas de aprendizagem mantendo-se a razão $J/(L-1)$ constante .....	65
FIG 4.7	Curvas de aprendizagem para diversos valores do fator de esquecimento $\mu$ , $f_dT=2.7E-4$ , $\tau=5/8T$ , $E_b/N_0=20\text{dB}$ , $N=9$ , $P=2$ , $L=5$ , $K=2$ e $J=1$ .....	66

FIG 4.8	Curvas de aprendizagem para diversos valores do fator de esquecimento $\mu$ , $f_d T=1.7E-3$ , $\tau=5/8T$ , $E_b/N_0=20dB$ , $N=9$ , $P=2$ , $L=5$ , $K=2$ e $J=1$ .....	67
FIG 4.9	Curvas de aprendizagem para $K$ valendo 2,4 e 8: (a) $L=5$ ; (b) $L=9$ .....	69
FIG 4.10	Truncamento do pulso cosseno levantado ( $\alpha=0.35$ ) para os seguintes valores de parâmetros: $N=10$ , $P=4.5$ e $J=2.8$ .....	71
FIG 4.11	Curvas de aprendizagem para diversos valores de $P$ e $N$ , mantendo $J=2$ : (a) $P=4$ e $N=9$ ; (b) $P=3$ e $N=7$ ; (c) $P=3$ e $N=9$ .....	72
FIG 4.12	Variação da média do erro quadrático ao longo de todo o quadro em função dos valores de $J$ e $K$ , tendo como parâmetros: $P=5$ , $N=11$ , $E_b/N_0=40dB$ , $\tau=0.625T$ e $f_d T=2E-4$ e $\mu=0.2$ .....	73
FIG 4.13	Curvas de aprendizagem do algoritmo OVLMS para $L=5$ , $L=9$ e $L_{trunc}=5$ ( $L=9$ ), tendo para os outros parâmetros: $K=2$ , $N=11$ , $P=5$ , $J=2$ , $\mu=0.2$ , $E_b/N_0=40dB$ , $f_d T=1E-4$ e $\tau=1.25T$ .....	74
FIG 4.14	Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para $E_b/N_0=20dB$ , $f_d T=2E-4$ , $\tau=0.625T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS: $N=9$ , $P=4$ $K=2$ , $L=5$ , $J=1$ , $\mu=0.1$ ; LMS: $L=9$ , $P=4$ e $p=0.05$ ; RLS: $L=9$ , $P=4$ e $\mu=0.05$ .....	76
FIG 4.15	Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para $E_b/N_0=20dB$ , $f_d T=2E-4$ , $\tau=0.625T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS: $N=9$ , $P=4$ $K=2$ , $L=5$ , $J=1$ , $\mu=0.1$ ; LMS: $L=5$ , $P=2.5$ e $p=0.05$ ; RLS: $L=5$ , $P=2.5$ e $\mu=0.05$ .....	77
FIG 4.16	Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para $E_b/N_0=20dB$ , $f_d T=2E-4$ , $\tau=0.125T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS: $N=9$ , $P=4$ $K=2$ , $L=5$ , $J=1$ , $\mu=0.1$ ; LMS: $L=9$ , $P=4$ e $p=0.05$ ; RLS: $L=9$ , $P=4$ e $\mu=0.05$ .....	78
FIG 4.17	Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para $E_b/N_0=20dB$ , $f_d T=2E-4$ , $\tau=1.5T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS: $N=9$ , $P=4$ $K=2$ , $L=5$ , $J=2$ , $\mu=0.1$ ; LMS: $L=9$ , $P=4$ e $p=0.05$ ; RLS: $L=9$ , $P=4$ e $\mu=0.05$ .....	79
FIG 4.18	Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para $E_b/N_0=20dB$ , $f_d T=2E-3$ , $\tau=0.625T$ , e os seguintes parâmetros:	

	FVLMS: $N=9$ , $P=4$ $K=2$ , $L=5$ , $J=1$ , $\mu=0.2$ ; LMS: $L=9$ , $P=4$ e $p=0.1$ ; RLS: $L=9$ , $P=4$ e $\mu=0.15$ .....	80
FIG 4.19	Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para $E_b/N_0=20\text{dB}$ , $f_dT=2E-3$ , $\tau=0.125T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS: $N=9$ , $P=4$ $K=2$ , $L=5$ , $J=1$ , $\mu=0.2$ ; LMS: $L=9$ , $P=4$ e $p=0.1$ ; RLS: $L=9$ , $P=4$ e $\mu=0.15$ .....	81
FIG 4.20	Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para $K=2$ e $K=4$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros: $\tau=0.625$ , $E_b/N_0=20\text{dB}$ e $f_dT=2E-3$ ; $N=9$ , $L=5$ , $P=4$ , $J=1$ e $\mu=0.3$ .....	82
FIG 4.21	Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para $P=4$ e $P=1.5$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros: $\tau=0.625$ , $E_b/N_0=20\text{dB}$ e $f_dT=2E-4$ ; $K=4$ , $N=9$ , $L=5$ , $J=1$ e $\mu=0.2$ .....	83
FIG 4.22	Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para $P=4$ e $P=1.5$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros: $\tau=0.625$ , $E_b/N_0=20\text{dB}$ e $f_dT=2E-3$ ; $K=4$ , $N=9$ , $L=5$ , $J=1$ e $\mu=0.3$ .....	84
FIG 4.23	Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para $P=4$ e $P=1.5$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros: $\tau=1$ , $E_b/N_0=20\text{dB}$ e $f_dT=2E-3$ ; $K=4$ , $N=9$ , $L=5$ , $J=1$ e $\mu=0.3$ .....	85
FIG 4.24	Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para $P=4$ e $P=1.5$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros: $\tau=0.625$ , $E_b/N_0=40\text{dB}$ e $f_dT=2E-3$ ; $K=4$ , $N=9$ , $L=5$ , $J=1$ e $\mu=0.3$ .....	86
FIG 5.1	Esquema de simulação em banda básica .....	89
FIG 5.2	Formato do quadro do tipo CC1 (para serviço de voz com o codificador VCELP), adotado nas simulações.....	91
FIG 5.3	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=0.25$ , $f_dT=2.7E-4$ e $V=2$ .....	99
FIG 5.4	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=0.625$ , $f_dT=2.7E-4$ e $V=2$ .....	100
FIG 5.5	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=1$ e $f_dT=2.7E-4$ , e $V=2$ .....	100
FIG 5.6	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=0.25$ , $f_dT=1.7E-3$ e $V=2$ .....	101
FIG 5.7	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=0.625$ , $f_dT=1.7E-3$ e $V=2$ .....	102
FIG 5.8	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=1$ , $f_dT=1.7E-3$ e $V=2$ .....	103
FIG 5.9	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=0.625$ e $f_dT=2.7E-4$ dos receptores	

	FVLMS e WFVLMS, com $V=1$ e $V=2$ (modulação PSK-4).....	104
FIG 5.10	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=0.625$ e $f_dT=1.7E-3$ dos receptores FVLMS e WFVLMS, com $V=1$ e $V=2$ (modulação PSK-4).....	105
FIG 5.11	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=0.625$ e $f_dT=2.7E-4$ (vel. de 8Km/h) e receptores FVLMS e WFVLMS, com $V=1$ e $V=2$ (modulação DQPSK).....	106
FIG 5.12	BER x $E_b/N_0$ para canal com $\tau=0.625$ e $f_dT=1.7E-3$ (vel. de 50Km/h) e receptores FVLMS e WFVLMS, com $V=1$ e $V=2$ (modulação DQPSK).....	107
FIG 5.13	Distribuição da incidência de erros em função da posição $k$ do símbolo dentro do quadro, para o receptor WFVLMS-AV-PSP, com $\tau=0.625T$ e $E_b/N_0=20dB$ : a) PSK-4, $f_dT=2.7E-4$ e $V=2$ ; b) PSK-4, $f_dT=1.7E-3$ e $V=2$ ; c) PSK-4, $f_dT=1.7E-3$ e $V=1$ ; d) DQPSK, $f_dT=1.7E-3$ e $V=1$ .....	109
FIG 5.14	Frequência de bits errados por quadro, para $\tau=0.625$ , $V=2$ , $E_b/N_0=20dB$ e $f_dT=1.7E-3$ : a)WFVLMS, b)FVLMS, c)LMS, d)RLS (modulação PSK-4); e)WFVLMS, f)FVLMS (modulação DQPSK).....	111

## LISTA DE TABELAS

TAB 3.1	Sumário do algoritmo FVLMS.....	44
TAB 3.2	Sumário do algoritmo OVLMS.....	46
TAB 3.3	Sumário do algoritmo WFVLMS.....	54
TAB 4.1	Parâmetros dos algoritmos FVLMS.....	59
TAB 4.2	Condicionamento da matriz autocorrelação R em função de L e de J.....	64
TAB 4.3	Valores ótimos de $\mu$ em função de $f_d T$ .....	68
TAB 5.1	Valores dos parâmetros adotados nas simulações.....	91
TAB 5.2	Valores dos parâmetros dos algoritmos de filtragem adaptativa adotados nas simulações.....	97
TAB 5.3	BER x $E_b/N_0$ para $f_d T=2.7E-4$ e $V=2$ .....	107
TAB 5.4	BER x $E_b/N_0$ dos algoritmos FVLMS e WFVLMS para $V=1$ e $2$ , e $f_d T=2.7E-4$ .....	108
TAB 5.5	BER x $E_b/N_0$ para $f_d T=1.7E-3$ e $V=2$ .....	108
TAB 5.6	BER x $E_b/N_0$ dos algoritmos FVLMS e WFVLMS para $V=1$ e $2$ , e $f_d T=1.7E-3$ .....	108
TAB 5.7	Esforço computacional dos outros receptores testados em relação ao receptor FVLMS.....	112

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>C</b>	Matriz autocorrelação dos erros a priori
<b>C(.)</b>	Função custo
$E_b/N_0$	Razão entre a energia do bit pela densidade espectral de potência do ruído (SNR)
$e_{k+i/K}$	Erro a priori no instante $k+i/K$
$f_c$	Frequência portadora
$f_d T$	Frequência Doppler normalizada (em relação ao intervalo entre símbolos)
<b>G(.)</b>	Função raiz de cosseno levantado (pulso básico)
<b>G(k)</b>	Ganho variável dos algoritmos FVLMS, OVLMS e WFVLMS
<b>H(.)</b>	Função cosseno levantado (resposta ao impulso conjunta dos filtros)
<b>H<sub>i/K</sub></b>	Matriz da resposta ao impulso conjunta dos filtros (dimensão $L \times N$ )
<b>J</b>	Retardo máximo admitido
<b>K</b>	Taxa de amostragem (quantidade de amostras por intervalo entre símbolos)
<b>K</b>	Tempo discreto
<b>L</b>	Quantidade de coeficientes do filtro transversal
<b>M</b>	Quantidade de símbolos (tamanho do alfabeto)
<b>N</b>	Quantidade de colunas de <b>H<sub>i/K</sub></b>
<b>P</b>	Instante inicial de truncamento da resposta ao impulso conjunta dos filtros
<b>P</b>	Matriz de ponderação do algoritmo WFVLMS
<b>Q</b>	Quantidade de estados do AV
<b>R</b>	Matriz autocorrelação (determinística) da resposta ao impulso dos filtros
<b>T</b>	Tempo contínuo
$T_c$	Tempo de coerência
$T_0$	Instante inicial de amostragem
<b>V</b>	Ordem do AV
<b>W<sub>k</sub></b>	Estimação do canal
<b>X<sub>k</sub></b>	Vetor de símbolos
$z_{k+i/K}$	Amostra do sinal no instante $k+i/K$
$\varepsilon_i^j$	Erro a posteriori no instante $i$ em relação à estimação do canal feita no instante $j$
<b>Λ</b>	Matriz autocorrelação da resposta ao impulso dos filtros diagonalizada
<b>T</b>	Intervalo entre símbolos
$\tau$	Retardo entre os raios principal e secundário (modelo de 2 raios)

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AV	Algoritmo de Viterbi
AWGN	Additive White Gaussian Noise (ruído aditivo branco e gaussiano)
BER	Bit Error Rate (taxa de erros de bits)
DD	Decisão direta
ERB	Estação radiobase
FVLMS	Fractional Variable-gain Least Mean Squares
IES	Interferência entre símbolos
LMS	Least Mean Squares
ML	Maximum Likelihood (máxima verossimilhança)
MLSE	Maximum Likelihood Sequence Estimation (estimação de seqüência por máxima verossimilhança)
MSE	Mean Square Error (erro quadrático médio)
OVLMS	Orthogonal Variable-gain Least Mean Squares
PSP	Per survivor processing (processamento por percurso sobrevivente)
RLS	Recursive Least Squares
RM	Receptor móvel
SNR	Signal to Noise Ratio (razão sinal-ruído)
SVD	Singular Value Decomposition (decomposição em valores singulares)
TDMA	Time Division Multiple Access (acesso múltiplo por divisão no tempo)
WFLMS	Weighted Fractional Variable-gain Least Mean Squares
WSS-US	Wide-Sense Stationary – Uncorrelated Scattering



## RESUMO

Este trabalho trata do emprego de filtros adaptativos fracionários em receptores de estimação de seqüência por máxima verossimilhança (MLSE) e processamento por percurso sobrevivente (PSP), tendo como algoritmo de busca o algoritmo de Viterbi (AV). São investigados em particular o algoritmo Fractional Variable-gain Least Mean Squares (FVLMS) e sua derivação denominada de Orthogonal Variable-Gain Least Mean Squares (OVLMS). Uma contribuição deste trabalho foi o desenvolvimento do algoritmo Weighted FVLMS (WFVLMS) a partir do algoritmo FVLMS, procurando explorar o fato de que o ruído após o filtro de recepção é em geral colorido, sendo sua função autocorrelação determinada pela resposta ao impulso do filtro de recepção.

Investigou-se o desempenho dos algoritmos citados quanto ao erro quadrático médio da estimação do sinal recebido, através da análise de resultados obtidos por simulação, considerando um modelo de canal WSS-US de dois raios. Com base nos resultados obtidos, foram estabelecidos critérios de escolha dos valores dos parâmetros destes algoritmos, com o propósito de se alcançar o melhor desempenho possível, dependendo das condições do canal.

Também foram realizadas simulações para comparação de desempenho entre receptores MLSE-PSP com algoritmos de filtragem adaptativa fracionários (FVLMS, OVLMS e WFVLMS) e não-fracionários (LMS e RLS), em termos de taxa de erros de bits. Os resultados obtidos indicaram que o receptor com algoritmo WFVLMS apresenta melhor desempenho perante canais com desvanescimento por multipercursos, dentre os receptores testados.

## ABSTRACT

This work addresses a simulation based performance evaluation of fractionally spaced equalizers using maximum-likelihood sequence estimation and per-survivor processing (MLSE-PSP). In particular, the Fractional Variable-Gain Least Mean Squares (FVLMS) and the Orthogonal Variable-Gain Least Mean Squares (OVLMS) algorithms [Denno & Saito, 1999] are investigated. A novel algorithm based on the FVLMS algorithm (called Weighted Fractional Variable-Gain Least Mean Squares - WFVLMS) is also proposed which exploits the fact that the Gaussian noise at the equalizer input is colored and its autocorrelation function is usually known.

The mean squared errors (MSE) in channel estimation and the bit error rate (BER) at the equalizer output were used as performance parameters. A two-path Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering (WSS-US) channel model was assumed. Several simulation experiments were conducted under different conditions of channel frequency-selectivity and variability with time, and the parameter choice of the algorithms in focus was also investigated.

The MSE performance evaluation gave rise to some useful criteria for parameter choice under different channel conditions. Finally, the BER numerical results showed that the fractional equalizers – specially the WFVLMS equalizer - perform better than some usual synchronous equalization schemes.

# 1. INTRODUÇÃO

Um dos maiores problemas enfrentados pelos sistemas de comunicações móveis digitais é a Interferência entre Símbolos (IES). A IES se deve principalmente a condições adversas de propagação do canal que provocam desvanescimento por multipercurso; nesse caso, o sinal recebido em banda básica pode ser representado matematicamente como uma combinação linear de diversas réplicas do sinal transmitido com coeficientes complexos (onde o módulo corresponde à amplitude e o argumento corresponde à fase), sendo que cada réplica alcança o receptor com um retardo diferente.

Nos casos em que o canal é invariante com o tempo, é possível projetar uma estrutura estática capaz de minimizar as distorções impostas pelo canal. Qualquer parte do receptor que tem como propósito reduzir ou eliminar as distorções do sinal impostas pelas imperfeições do canal é chamado de equalizador. Entretanto, o canal radiomóvel é aleatório e variante com o tempo; conseqüentemente, um mesmo sinal eletromagnético transmitido pode ser recebido de diferentes formas em diferentes momentos. Na maior parte das aplicações de comunicações móveis, as condições de propagação do canal variam significativamente até mesmo durante a transmissão do sinal. Portanto, é necessário que os parâmetros do equalizador variem com o tempo à medida em que o sinal vai sendo recebido; ou seja, é necessário o emprego de equalizadores (filtros) adaptativos.

Segundo [Proakis, 1995], quando o canal provoca IES no sinal recebido, o receptor ótimo é aquele que, fazendo uso do conhecimento da resposta ao impulso do canal, compara todas as seqüências de símbolos possíveis que poderiam chegar ao receptor (caso não houvesse ruído) com a seqüência de símbolos recebida de fato, e decidisse pela seqüência candidata “mais parecida” com a seqüência de fato recebida, levando-se em conta as propriedades estatísticas conjunta das amostras do sinal recebido. A esse tipo de receptor dá-se o nome de estimador de seqüência pelo critério de máxima verossimilhança (em inglês, Maximum Likelihood Sequence Estimator – MLSE).

Infelizmente, o receptor MLSE esbarra em duas limitações: a primeira é que não é sabido a priori a resposta ao impulso do canal (que em se tratando de comunicações móveis, é variante com o tempo, como já foi dito); a segunda é a impossibilidade prática do armazenamento em memória dos sinais referentes a todas as possibilidades de seqüências. O

algoritmo de equalização busca minimizar o erro entre o sinal recebido e o sinal que supostamente foi transmitido (sinal estimado), enquanto que outro algoritmo, chamada de algoritmo de busca, tem a função de estimar o sinal recebido. Enfim, no receptor MLSE, o algoritmo de equalização adaptativa trabalha em conjunto com o algoritmo de busca da seguinte maneira: inicialmente, o transmissor envia uma seqüência de símbolos conhecida a priori, chamada de seqüência de treinamento, o que permite ao receptor fazer uma estimação inicial da resposta ao impulso do canal; posteriormente, à medida em que o sinal é recebido, o receptor vai realizando a estimação dos símbolos e, baseado nessa estimação, o receptor vai simultaneamente atualizando a estimação da resposta ao impulso do canal. A esse processo dá-se o nome de decisão direta (DD).

Um dos algoritmos de busca mais utilizados é o algoritmo de Viterbi (AV) [Viterbi, 1971]. “O algoritmo de Viterbi é utilizado para fazer a busca da seqüência que maximiza a probabilidade a posteriori de forma iterativa. Originalmente, o AV foi introduzido como um algoritmo de decodificação para códigos convolucionais. Foi Forney [Forney, 1973] quem percebeu que o processo no qual o canal introduz IES é semelhante ao processo de codificação convolucional.” [Panazio, 2001]. Uma limitação do AV convencional é que ele introduz um retardo entre a decisão do símbolo e a atualização da estimação do canal, o que pode elevar o número de erros de recepção em canais com desvanescimento por multipercursos severo (com perfil de intensidade Doppler largo). Kubo [Kubo, 1994] propôs um receptor que emprega o AV e processamento por percurso sobrevivente (PSP) que, apesar de sua maior complexidade, elimina esse retardo indesejado: para cada percurso sobrevivente, há associada uma estimação da resposta ao impulso do canal.

Um dos algoritmos de adaptação mais simples empregados em comunicações móveis é o Least Mean Squares (LMS). O LMS se caracteriza pela robustez e estabilidade numérica, mas sua rapidez de convergência costuma levar algumas centenas de iterações perante canais com desvanescimento por multipercursos severo, exigindo assim seqüências de treinamento muito grandes.

Atualmente, com o surgimento dos sistemas de comunicações móveis de 3<sup>a</sup> geração, intensifica-se o desafio de se aumentar a capacidade de transmissão sem aumentar a banda passante do canal – ou seja, aumentar a eficiência espectral. Há várias maneiras de se fazer isso, como substituir o tipo de modulação por outro de maior capacidade (taxa de bits), ou então reduzir o tamanho da seqüência de treinamento, mantendo-se o tamanho total do quadro. Além disso, as velocidades de locomoção cada vez maiores dos receptores móveis em

relação aos transmissores aumenta o grau de variabilidade do canal radiomóvel, intensificando assim as distorções do sinal. Isso tudo exige dos receptores a incorporação de algoritmos de equalização adaptativa com rapidez e poder de acompanhamento das variações do canal cada vez maiores.

O algoritmo Recursive Least Squares (RLS) apresenta grande rapidez de convergência (da ordem de unidades de iterações) e boa capacidade de acompanhamento das variações do canal, mas peca em estabilidade numérica (por exigir o cálculo de matrizes pseudo-inversas) e exige grande esforço computacional. Entretanto, convém que os algoritmos de equalização sejam matematicamente simples, de forma a não exigir dos processadores um grande esforço computacional. Quanto menor for esse esforço, processadores mais simples e baratos poderão ser empregados nos receptores. Receptores mais simples demandam menor potência, reduzindo assim o consumo de energia e conseqüentemente aumentando a autonomia. Além disso, o equalizador confere ao sistema um ganho de processamento que permite ao transmissor reduzir sua potência sem perda de alcance. Isso é de grande importância em sistemas de comunicações militares, onde existe a preocupação de se evitar a radiolocalização das guarnições. Convém ressaltar também que as normas dos diversos sistemas de telefonia celular TDMA (Time Division Multiple Access) não fazem qualquer restrição ao tipo de equalização empregado pelo receptor móvel; portanto, em grande parte a diferença de qualidade entre as diversas marcas e modelos de telefones celulares oferecidos no mercado é determinada pelo algoritmo de equalização implementado por cada um.

Várias alternativas ao RLS vêm sendo propostas, tais como os algoritmos Quick-Track Least Mean Squares (QT-LMS) [Qui, 1989], Ensemble-averaged Inverse Mean Square (EILS) [Fukawa, 1993] e o Variable-Gain Least Mean Squares (VLMS) [Hamied, 1996]. Há também os algoritmos QR e Fast QR, que são versões do RLS com estabilidade numérica, mas com complexidade computacional comparável à versão convencional do RLS. Enfim, dessas opções, o VLMS é o único que requer o mesmo nível de complexidade que o LMS. Além disso, o VLMS apresenta rapidez de convergência semelhante ao do RLS, sem o ônus de uma grande complexidade computacional. Porém, o VLMS somente pode ser aplicado em equalizadores não-fracionários (com taxa de amostragem igual à taxa de símbolos).

O foco do presente trabalho foi o estudo aprofundado do algoritmo de filtragem adaptativa FVLMS (Fractional Variable-Gain Least Mean Squares), originalmente apresentado por Denno [Denno & Saito, 1999], e sua versão ortogonalizada, o OVLMS (Orthogonal Variable-Gain Least Mean Squares). O algoritmo FVLMS é a versão fracionária

– isto é, que processa mais de uma amostra por intervalo entre símbolos (processo denominado superamostragem) - do algoritmo VLMS; porém, a superamostragem torna este algoritmo mais complexo que sua versão não-fracionária. Por sua vez, o algoritmo OVLMS é a versão do algoritmo FVLMS em que o vetor de estimação da resposta ao impulso do canal pertence a um espaço algébrico ortogonal e isométrico (a distância ou erro de estimação do símbolo recebido mantém-se igual) em relação ao espaço no algoritmo FVLMS. Com isso, o algoritmo OVLMS mantém as mesmas características de desempenho do FVLMS (em termos de erro quadrático médio), mas com complexidade computacional semelhante ao do LMS.

Segundo Denno, a grande vantagem dos algoritmos FVLMS e OVLMS é a robustez quanto a falhas de sincronismo, devido à superamostragem do sinal recebido; todavia, no presente trabalho o enfoque dado a ambos os algoritmos é o excelente desempenho que eles apresentam perante canais com desvanescimento por multipercurso, superior ao desempenho de algoritmos não-fracionários, tais como os algoritmos LMS e RLS (como será mostrado durante a dissertação). Dentre as diversas características inerentes aos algoritmos FVLMS e OVLMS que contribuem para sua excelência, podem ser apontados:

- exploração do conhecimento a priori dos filtros de transmissão e de recepção;
- diversidade temporal implícita devido à superamostragem;
- desassociação da estimação da resposta ao impulso do canal da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção.

Geralmente, o receptor possui um filtro casado ao filtro de transmissão, com o propósito de maximizar a razão sinal-ruído do sinal recebido, caso o ruído adicionado pelo canal seja branco e gaussiano (no caso de comunicações em canais planos). O filtro de recepção tem, como sinal de entrada, o sinal recebido já convertido em banda básica, somado ao ruído. Como o sinal recebido é amostrado na saída do filtro de recepção, então a sequência de amostras é um processo estocástico composto pelo sinal recebido filtrado e por ruído colorido gaussiano: ou seja, o filtro de recepção introduz nas amostras uma dependência estatística que pode ser mensurada através da função autocorrelação do ruído colorido. É apresentada, então, uma variação do algoritmo FVLMS chamada de algoritmo WFVLMS (Weighted FVLMS), em que os erros (diferenças) entre o sinal recebido e o sinal estimado são ponderados de forma a atender o critério de máxima verossimilhança (ML), conforme a distribuição de probabilidade conjunta destes erros.

A tese é dividida em 06 (seis) capítulos:

No cap.2, é feita uma exposição sobre o problema da Interferência entre Símbolos causada por canais com desvanescimento por multipercursos. É apresentado, então, o modelo de canal e a técnica adotada para a geração da sua resposta ao impulso. Em seguida, é mostrada a adequação do emprego de filtros transversais com os valores de seus coeficientes variando em função de algum algoritmo de filtragem adaptativa, no combate ao desvanescimento por multipercursos. Finalmente, são apresentadas as equações e os principais conceitos relacionados aos algoritmos de filtragem fracionários e não-fracionários ora abordados, ressaltando-se as principais diferenças entre eles.

No cap.3, são apresentados os algoritmos FVLMS e OVLMS (Orthogonal Fractional Variable-Gain Least Mean Squares). É demonstrada a equivalência de desempenho entre eles quanto ao erro de estimação. Em seguida, são mostradas analiticamente algumas propriedades importantes destes dois algoritmos. Como fechamento, o algoritmo WFVLMS é apresentado.

No cap.4, são apresentados os resultados de diversas simulações de curvas de aprendizagem com os algoritmos FVLMS, OVLMS e WFVLMS. A partir da avaliação dos resultados obtidos, são estabelecidos critérios e sugeridos procedimentos para a escolha dos parâmetros que determinam o comportamento desses algoritmos, em função das condições do canal. Por fim, é feita uma comparação entre os algoritmos FVLMS (e OVLMS), WFVLMS, LMS e RLS em termos de curvas de aprendizagem, para diversas condições do canal.

No cap.5, é feita uma exposição do AV com processamento por percurso sobrevivente. Em seguida, são mostradas diversas curvas de taxa de erro de bits de receptores MLSE-PSP, tendo como algoritmo de busca o AV, e tendo como algoritmo de filtragem adaptativa os algoritmos FVLMS (e OVLMS), WFVLMS, LMS e RLS. Os resultados obtidos são comparados, analisados e comentados.

Finalmente, no cap.6 são feitas algumas considerações finais. As principais conclusões e observações acerca do trabalho são listadas. São feitas algumas sugestões de trabalhos futuros, objetivando combater os diversos problemas e limitações observados.

## 2. MODELAGEM DO SISTEMA RADIOMÓVEL DIGITAL

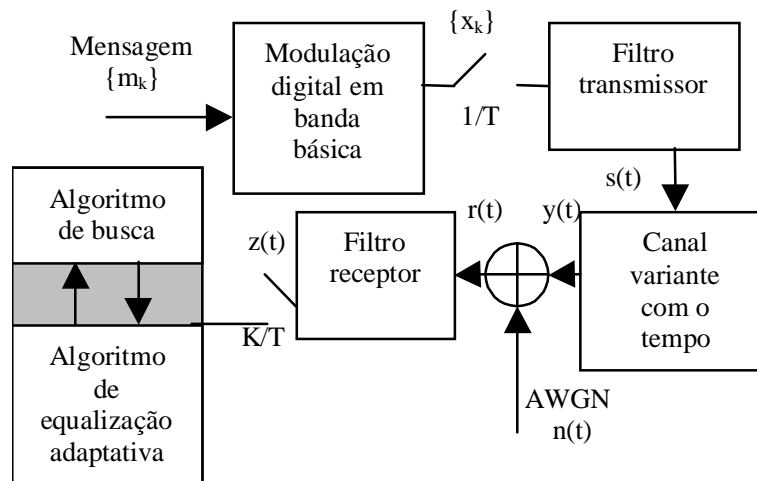
### 2.1. INTRODUÇÃO

A Interferência entre Símbolos (IES) costuma ser apontada como o maior problema enfrentado pelos sistemas radiomóveis digitais coerentes. Nos sistemas em questão, os bits a serem transmitidos são agrupados em tuplas, e para cada tupla há um símbolo complexo correspondente (onde o módulo corresponde à amplitude e o argumento corresponde à fase). O conjunto de símbolos possíveis forma o alfabeto digital. Os símbolos são transmitidos seqüencialmente com um intervalo de tempo  $T$  separando os símbolos consecutivos. O parâmetro  $T$  é denominado “intervalo entre símbolos”. Essa seqüência de símbolos é limitada em freqüência ao passar pelo filtro de transmissão. Mas como o filtro de transmissão é do tipo passa-baixas, possuindo faixa passante finita, então o pulso básico (que é a resposta ao impulso do filtro de transmissão e que dá forma ao sinal transmitido) tem duração infinita. Conseqüentemente, o sinal transmitido é uma combinação linear dos pulsos referentes aos símbolos transmitidos. Ou seja, os pulsos respectivos aos diversos símbolos se misturam; ou seja, os símbolos provocam interferência uns nos outros.

O problema da IES pode ser analisado através do modelo em banda básica do sistema radiomóvel, conforme ilustra a FIG 2.1. Seja  $Q$  o número de bits agrupados por tupla. Com isso, o número possível de tuplas (ou símbolos) distintos é  $M=2^Q$ . A seqüência de tuplas de bits  $\{m_k\}$  é modulada em fase e em quadratura, dando origem à seqüência de símbolos complexos  $\{x_k\}$ , em que  $x_k \in A$ , sendo  $A=\{x^1, x^2, \dots, x^M\}$  o alfabeto de símbolos definido conforme o esquema de modulação empregado. A seqüência  $\{x_k\}$  dá origem a um trem de impulsos  $x(t)=x_k\delta(t-kT)$ , onde  $\delta(\cdot)$  é a função Delta de Dirac. O sinal  $x(t)$  passa então pelo filtro de transmissão passa-baixas, dando origem ao sinal  $s(t)$ , que é transmitido através do canal radiomóvel. O canal possui resposta ao impulso variante com o tempo  $c(t,\tau)$ , e transforma o sinal  $s(t)$  no sinal  $y(t)$ . O sinal  $y(t)$  chega ao receptor adicionado a ruído  $n(t)$ , modelado como processo aleatório gaussiano de média zero e variância  $\sigma_n^2$ , originando o sinal  $r(t)$ . Para maximização da razão sinal-ruído, o filtro de recepção é casado ao filtro de transmissão. O sinal  $r(t)$ , após passar pelo filtro de recepção, dá origem ao sinal  $z(t)$ . O sinal



$z(t)$  é amostrado  $K$  vezes por intervalo entre símbolos, tanto em fase quanto em quadratura, dando origem à seqüência complexa e fracionária  $\{z_{k+i/K}\}$ ,  $i=0,\dots,K-1$ . A partir de  $\{z_{k+i/K}\}$  e das estimações do canal  $\mathbf{W}_{k+i/K}$ , o bloco do algoritmo de busca executa a estimação da seqüência de símbolos  $\{\hat{m}_k\}$  originalmente transmitida. À medida em que é feita a estimação da seqüência transmitida, o algoritmo de busca fornece ao algoritmo de filtragem adaptativa os erros de estimação  $e_{k+i/K}$ , que são a diferença entre o sinal recebido de fato e o sinal que deveria ser recebido caso a estimação do canal fosse perfeita e não houvesse ruído. Baseado então nos erros de estimação, o algoritmo de filtragem vai atualizando as estimações do canal  $\mathbf{W}_{k+i/K}$ , de forma a acompanhar as variações do canal ao longo da transmissão do quadro.



**FIG 2.1 – Modelo do sistema radiomóvel em banda básica.**

## 2.2. O PROBLEMA PROVOCADO PELA INTERFERÊNCIA ENTRE SÍMBOLOS (IES)

Os sistemas de comunicação radiomóvel TDMA operam em canais limitados em frequência pelo filtro de transmissão. Por se tratar de um filtro passa-baixas, sua resposta ao impulso (pulso básico) tem duração infinita. Em conseqüência, o sinal a ser transmitido, em banda básica, é o resultado da sobreposição de vários pulsos básicos ponderados pelos símbolos complexos da seqüência a ser transmitida  $\{x_k\}$  e defasados entre si pelo intervalo entre símbolos  $T$ . Logo, o valor do sinal transmitido em qualquer instante é uma combinação linear de todos os símbolos do quadro. A IES num instante qualquer é o sinal naquele instante

menos a parcela do sinal referente ao símbolo sendo recebido naquele instante. Em outras palavras, a IES em determinado instante pode ser vista como a combinação linear de todos os pulsos que compõem o sinal referentes aos símbolos anteriores e posteriores àquele instante. Ou seja, a IES em um instante  $t$  pertencente ao intervalo  $[kT+t_0, (k+1)T+t_0]$  (sendo  $t_0$  um instante qualquer) referente ao símbolo  $x_k$ , é a combinação linear dos pulsos referentes aos outros símbolos  $x_i$ ,  $i \neq k$ .

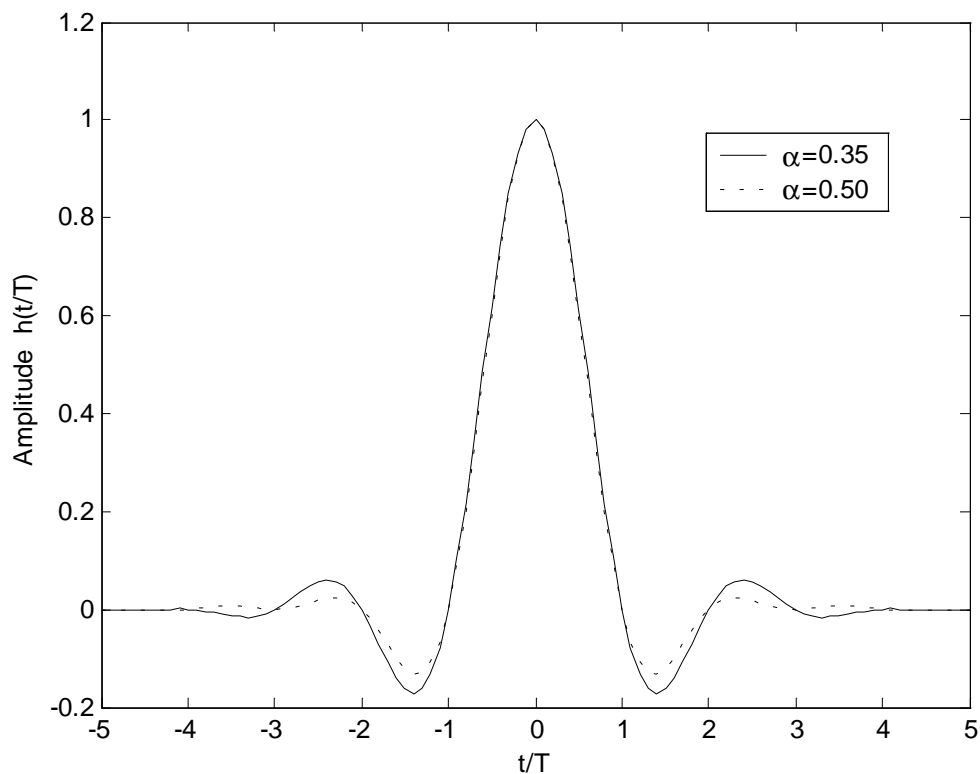
A IES dificulta a estimação dos símbolos recebidos porque seu valor é aleatório, já que os símbolos transmitidos são aleatórios. Mesmo que o receptor tenha decidido acertadamente por todos os símbolos até determinado instante e, desta forma, tenha como calcular a IES provocada por esses símbolos, ainda existe a incerteza da IES provocada pelos símbolos posteriores. Quando a frequência de amostragem é igual à taxa de símbolos  $1/T$ , a fim de se evitar a IES nos instantes de amostragem, comumente são empregados filtros com resposta ao impulso do tipo raiz quadrada de cosseno levantado, tanto no transmissor quanto no receptor, que em cascata compõem um filtro de Nyquist. A resposta ao impulso do filtro de Nyquist  $h(t)$  – denominada pulso de Nyquist – é dada pela função cosseno levantado, mostrada na EQ. 2.1, e tem como principal característica valor igual a zero nos instantes múltiplos do intervalo entre símbolos  $t=kT$ ,  $k=1,2,\dots$ , exceto no instante  $t=0$ , onde seu valor é máximo e igual à unidade. Assim, se o sinal recebido for amostrado nos instantes múltiplos de  $T$ , será evitada IES. Logo, deverá existir no receptor um módulo responsável pela sincronização dos instantes de amostragem. Qualquer falha de sincronização custará ao receptor uma degradação de desempenho devido ao surgimento de IES.

$$h(t/T) = \text{sinc}(t/T) \frac{\cos(\alpha\pi t/T)}{1 - 4\alpha^2 (t/T)^2} \quad (2.1)$$

O espectro  $H(f)$  é dado pela EQ. 2.2.

$$H(f) = \begin{cases} 1 & 0 \leq f \leq (1-\alpha)/2T \\ \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - \text{sen} \left[ \frac{\pi(2fT-1)}{2\alpha} \right] \right]} & (1-\alpha)/2T \leq f \leq (1+\alpha)/2T \\ 0 & f > (1+\alpha)/2T \end{cases} \quad (2.2)$$

Apesar do pulso básico possuir duração ilimitada, sua energia é finita, implicando no decaimento assintótico de sua amplitude ao longo do tempo, até tornar-se desprezível, conforme mostra a FIG 2.2. O parâmetro  $\alpha$  (que aparece nas EQ. 2.1 e EQ. 2.2) é denominado fator de rolloff e determina a faixa de passagem do filtro de Nyquist. Quanto maior  $\alpha$ , maior a faixa de passagem, e mais rápido o decaimento do pulso de Nyquist. Em termos práticos então, para fins de implementação, a resposta ao impulso dos filtros de transmissão e de recepção possui duração limitada: o pulso básico é considerado finito com duração de  $N$  intervalos entre símbolos, sendo  $N$  inversamente proporcional ao fator de rolloff  $\alpha$ . Evidentemente, quanto mais rápido for o decaimento do pulso de Nyquist, menor será a IES, às custas de uma maior faixa passante do sinal.



**FIG 2.2 - Pulso de Nyquist**

Até então foi abordada a IES causada pela faixa passante limitada dos filtros de transmissão e de recepção e por imperfeições no sincronismo. Mas o canal radiomóvel, que é

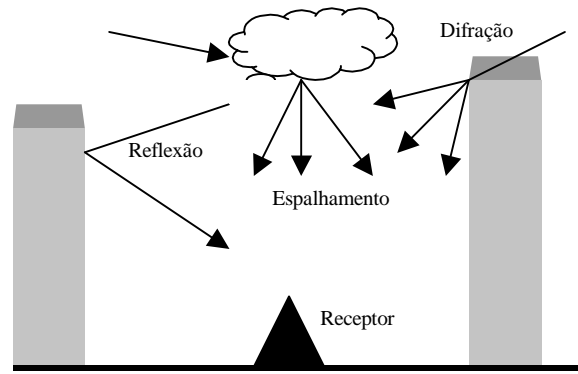
variante no tempo, também provoca IES devido ao fenômeno de desvanescimento por multipercursos.

Diferentemente do ruído, que é combatido aumentando-se a potência do sinal transmitido, maximizando a razão sinal-ruído com o uso de filtros casados no transmissor e no receptor, e adotando-se códigos de correção de erros, o desvanescimento por multipercursos é combatido empregando-se estruturas no receptor capazes de reverter as distorções no sinal impostas pelo canal. Essas estruturas são chamadas de equalizadores (ou filtros) adaptativos. Considerando que a resposta ao impulso do canal é variante com o tempo, os equalizadores devem ser capazes de acompanhar suas variações ao longo do tempo.

### 2.3. DESVANESCIMENTO POR MULTIPERCURSOS COMO CAUSA DE IES

Para os sistemas radiomóveis, sobretudo para aqueles operando em ambiente urbano, o canal é adequadamente modelado supondo que diversas cópias do sinal transmitido atingem o receptor percorrendo diversos percursos distintos, conforme ilustra a FIG.2.3. Isso se deve ao fato de que o receptor móvel (RM) encontra-se cercado de morros, de prédios e de outras edificações. Nesses ambientes, geralmente não existe visada direta entre as antenas transmissora e receptora. A propagação do sinal eletromagnético dá-se predominantemente através dos mecanismos de difração e de espalhamento. Com isso, a energia do sinal transmitido se propaga em todas as direções e viaja do transmissor ao receptor percorrendo diversos percursos diferentes. O sinal demora tempos diferentes, chamados de retardos, para percorrer esses diferentes percursos. Além disso, cada percurso introduz no sinal uma atenuação e uma alteração na fase diferentes. A este processo dá-se o nome de desvanescimento por multipercursos.

Definindo a função unidimensional  $c_{\tau}(t)$  como a resposta ao impulso conjunta de todos os percursos que introduzem no sinal transmitido um retardo  $\tau$ , qualquer canal variante com o tempo e com desvanescimento por multipercursos pode ser caracterizado pela resposta ao impulso  $c(t, \tau) = c_{\tau}(t)$ , cujo módulo corresponde ao ganho e o argumento à fase introduzidos pelo canal. O percurso equivalente a todos os percursos reais que introduzem um mesmo valor de retardo no sinal transmitido é denominado raio. Portanto,  $c_{\tau}(t)$  pode ser considerada a resposta ao impulso referente ao raio cujo retardo associado é  $\tau$ .



**FIG 2.3 – Mecanismos de propagação em canal radiomóvel com desvanescimento por multipercursos.**

O sinal de saída  $y(t)$  resultante da passagem de um sinal de entrada  $s(t)$  pelo canal com resposta ao impulso  $c(t,\tau)$ , em banda básica, é dado por

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(t, \tau) s(t - \tau) d\tau \quad (2.3)$$

Em modelos de canais radiomóveis na faixa de VHF e de UHF, é comum se admitir que  $c(t,\tau)$  assume valores significativos apenas numa faixa de valores discretos de  $\tau$ . Ou seja,

$$c(t,\tau) \neq 0 \Leftrightarrow \tau \in \{ \tau_n, n=1,2,\dots,N_{\text{raios}} \} \quad (2.4)$$

onde  $N_{\text{raios}}$  é o número de raios admitidos pelo canal. Neste caso, a EQ. 2.3 pode ser reescrita como

$$y(t) = \sum_{n=1}^{N_{\text{raios}}} c(t, \tau_n) s(t - \tau_n) \quad (2.5)$$

O fato do ambiente urbano ser mutável no tempo e no espaço, principalmente em virtude da movimentação do receptor, confere ao canal um caráter aleatório. Portanto, o canal é variante com o tempo. As aplicações práticas demonstram que é válido considerar  $c(t,\tau_n)$  como um processo estocástico estacionário no sentido amplo durante a transmissão de um

quadro. O modelo estatístico de canal com desvanescimento por multipercursos foi convenientemente caracterizado por Bello [Bello, 1963], que introduziu o conceito de canal WSS-US (Wide-Sense Stationary, Uncorrelated Scattering). Nesse modelo, a resposta ao impulso do canal  $c(t,\tau)$  possui as seguintes propriedades estatísticas:

- $E\{c(t,\tau)\}$  é constante para todo  $t$  e  $\tau$  fixo. Ou seja, para um determinado raio cujo retardo associado é  $\tau$ , a média da resposta ao impulso permanece constante para todos os instantes (condição de estacionariedade no sentido amplo - WSS);
- $R_\tau(t_1,t_2)=E\{c(t_1,\tau)c^*(t_2,\tau)\}=E\{c(t_3,\tau)c^*(t_4,\tau)\}=R_\tau(\Delta t)$  se  $t_1-t_2=t_3-t_4=\Delta t$ . Ou seja, para um determinado raio cujo retardo associado é  $\tau$ , a autocorrelação da resposta ao impulso depende apenas do intervalo  $\Delta t$  (condição de estacionariedade no sentido amplo - WSS);
- $E\{c(t,\tau_1)c^*(t,\tau_2)\}=0$  se  $\tau_1 \neq \tau_2$ . Ou seja, as respostas ao impulso de dois raios distintos são descorrelacionadas entre si (condição de espalhamento descorrelacionado - US).

Em [Jakes, 1974], o sinal recebido é modelado como o somatório de infinitas cópias recebidas com fases e amplitudes aleatórias e estatisticamente independentes entre si, oriundas de todas as direções. Da mesma forma, o sinal recebido referente a um raio pode ser modelado como o somatório de réplicas do sinal oriundos de infinitos percursos elementares, onde cada percurso elementar possui um peso complexo correspondente, com as componentes em fase e em quadratura possuindo distribuição gaussiana de média zero e descorrelacionadas entre si. Dessa maneira, a resposta ao impulso de um raio (cujo retardo associado é  $\tau$ )  $c_\tau(t)$ , para todo instante  $t$ , é variável aleatória complexa com módulo possuindo distribuição de Rayleigh e argumento possuindo distribuição uniforme.

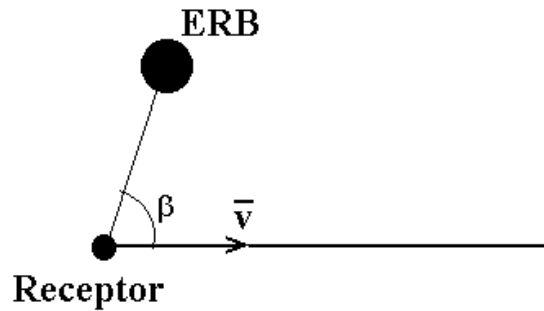
Em comunicações móveis, é natural admitir que os sinais recebidos em dois pontos próximos terá autocorrelação maior que entre dois pontos distantes. Caso o receptor esteja em movimento, o sinal recebido sofrerá um desvio no domínio da frequência devido ao efeito Doppler. O desvio Doppler máximo  $f_d$  é dado por

$$f_d = \frac{f \cdot v}{c} \quad (2.6)$$

onde  $f$  é a frequência da portadora,  $v$  é a velocidade relativa entre o transmissor e o receptor e  $c$  é a velocidade da luz no espaço livre.

O deslocamento Doppler sofrido pelo sinal depende do ângulo de incidência  $\beta$ , que é o ângulo formado pelo percurso elementar e pelo vetor velocidade do receptor móvel, conforme mostra a FIG 2.4, e é dado por

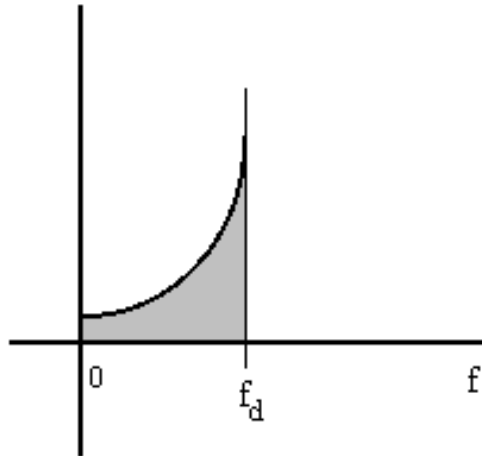
$$f_{\text{raio}} = f_d \cos(\beta) \quad (2.7)$$



**FIG 2.4 – O efeito Doppler**

Considerando o espalhamento do sinal omnidirecional,  $\beta$  possui distribuição uniforme, isto é,  $p(\beta)=1/2\pi$ , com  $0 \leq \beta < 2\pi$ . Jakes [Jakes, 1974] mostra que, nesse modelo, a densidade espectral de potência do sinal recebido  $S_\tau(f)$  – que é a transformada de Fourier da sua função autocorrelação  $R_\tau(\Delta t)$  – é dada pela EQ. 2.8. Essa função é conhecida como Espectro Clássico ou Espectro de Jakes. O Espectro de Jakes é amplamente aceito em modelos de canais radiomóveis WSS-US e é adotado no presente trabalho. A FIG 2.5 ilustra o Espectro de Jakes

$$S(f) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\sqrt{f_d^2 - f^2}} & |f| < f_d \\ 0 & |f| > f_d \end{cases} \quad (2.8)$$



**FIG 2.5 – O Espectro Clássico (de Jakes).**

Convém observar que, quanto mais rápido o movimento do RM, maior a frequência Doppler e mais largo o Espectro de Jakes. Observando no domínio do tempo, para um determinado valor de  $\Delta t$  fixo, quanto mais rápido o movimento do RM, uma maior distância será percorrida durante o intervalo  $\Delta t$ , e menor será o valor da função autocorrelação, já que é de se esperar que, quanto mais distantes os pontos de recepção, menos correlacionados serão os sinais recebidos.

Müller [Müller, 1994] propõe a geração de amostras das respostas ao impulso dos raios correspondentes ao modelo de canal WSS-US através do método de Monte-Carlo. Assim, num canal com perfil de múltiplos percursos discreto, tendo os raios amplitude com distribuição de Rayleigh, fase com distribuição uniforme e função autocorrelação dada pelo Espectro de Jakes, a resposta ao impulso referente ao  $n$ ésimo raio cujo retardo é  $\tau_n$  ( $n=1,2,\dots,N_{\text{raios}}$ ) pode ser gerada da seguinte forma:

$$c_{\tau_n}(t) = c(t, \tau_n) = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{MC}}}} \sum_{i=0}^{N_{\text{MC}}} a_i e^{j\theta_i} e^{j2\pi f_d \cos(\beta_i) t} \quad , N_{\text{MC}} \geq 10 \text{ e } n = 1, \dots, N_{\text{raios}} \quad (2.9)$$

onde  $N_{\text{MC}}$  é a ordem do modelo,  $a_i$  variável aleatória com distribuição gaussiana de média zero e  $\theta_i$  é variável aleatória com distribuição uniforme. O parâmetro  $N_{\text{MC}}$  pode ser visto como a “quantidade” de percursos elementares referentes ao raio. [Guimarães, 1998] propõe critérios para escolha do valor de  $N_{\text{MC}}$  para que a resposta ao impulso do canal apresente



distribuição estatística próxima o suficiente da distribuição de Rayleigh. No presente trabalho, foi adotado o valor  $N_{MC}=20$ .

Supondo que o número de símbolos de um quadro seja  $N_{quadro}$  e fazendo  $t=kT$ ,  $k=0,1,\dots,N_{quadro}-1$ , a EQ. 2.9 pode ser reescrita da seguinte forma

$$c(kT, \tau_n) = \sqrt{\frac{1}{N_{MC}}} \sum_{i=0}^{N_{MC}} a_i e^{j\theta_i} e^{j2\pi f_d T \cos(\beta_i) k} \quad , N_{MC} \geq 10 \text{ e } n = 1, \dots, N_{raios} \quad (2.10)$$

A EQ. 2.10 mostra, com mais evidência que a EQ. 2.9, a evolução da resposta ao impulso enquanto os símbolos de um quadro são transmitidos, já que ela tem como parâmetro o tempo discreto  $k$ . Nela pode ser observado que a velocidade com que  $c(kT, \tau_n)$  varia depende do produto entre o deslocamento Doppler máximo e o intervalo entre símbolos  $T$ . Este produto  $f_d T$  é denominado deslocamento Doppler normalizado em relação ao intervalo entre símbolos e serve para caracterizar o grau de desvanescimento apresentado pelo canal em relação a um sinal com taxa de símbolos  $1/T$ .

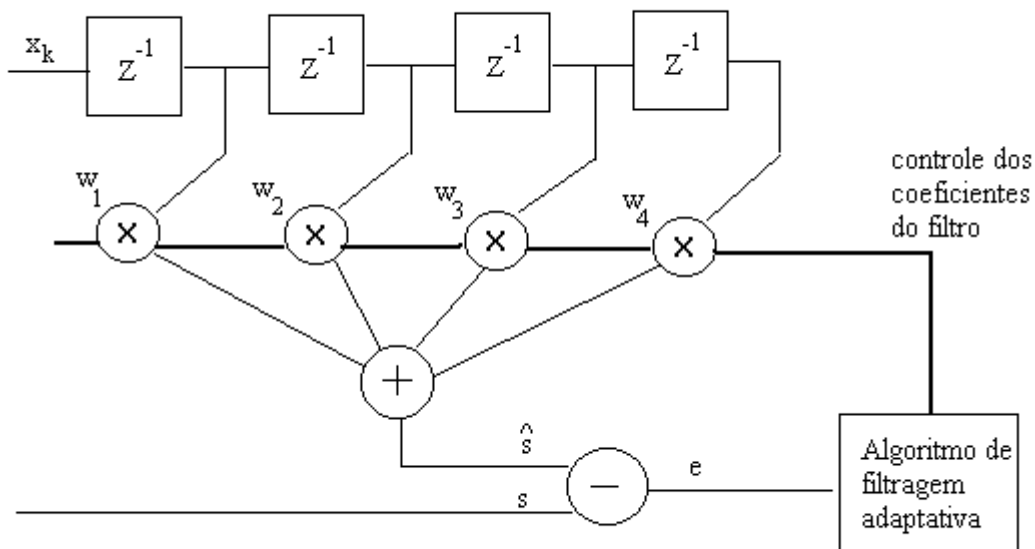
Durante as simulações, os valores dos retardos dos raios  $\tau_n$  são arbitrados respeitando-se o valor máximo de retardo admitido pelo canal ( $J$ ), dado pelo perfil de intensidade de múltiplos percursos. No caso do sistema TDMA UWC-136 operando na banda de 800MHz, o retardo máximo admitido é de 01 (um) intervalo entre símbolos, ou seja  $J=1T$  (UWC136-270-B). Segundo a norma, o valor de  $N_{raios}$  é igual a 02(dois) para fins de teste de desempenho do sistema. Para as curvas de aprendizagem apresentadas no capítulo 4 e para os testes de taxa de erro bits apresentados no capítulo 5, foram arbitrados os seguintes valores de retardo entre raios:  $\tau=0.25T$ ,  $\tau=0.625T$  e  $\tau=1$ . Ainda segundo a norma, foram adotados os seguintes valores para deslocamento Doppler normalizados durante os testes:  $f_d T=2.7E-4$  e  $f_d T=1.7E-3$  (referentes ao receptor movimentando-se em relação à ERB nas velocidades de 8Km/h e 50Km/h, respectivamente, para o sistema operando na banda de 800MHz).

#### 2.4. EMPREGO DE FILTRO TRANSVERSAL PARA EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA

O emprego de filtros transversais para o combate à IES em canais com desvanescimento por multipercursos é bastante adequado, já que o sinal de saída de um filtro transversal é

combinação linear das réplicas defasadas do sinal de entrada, assim como ocorre em canais com desvanescimento por multipercursos. Se o canal for variante com o tempo, os coeficientes do filtro transversal deverão ser permanentemente atualizados, segundo o algoritmo de equalização adaptativa empregado, conforme mostra a FIG 2.6.

A cadência de atualização dos coeficientes do filtro transversal deve ser diretamente proporcional à rapidez com que a resposta ao impulso do canal varia. A rapidez de variação do canal pode ser avaliada pelo parâmetro tempo de coerência ( $T_c$ ). O tempo de coerência do canal pode ser definido qualitativamente como o valor médio de tempo no qual sua resposta ao impulso apresenta elevado grau de correlação. Ou seja, o tempo de coerência indica a ordem de grandeza de tempo no qual a resposta ao impulso do canal permanece praticamente inalterada. Nos sistemas radiomóveis TDMA operando nas faixas de VHF e de UHF, o tempo de coerência é da ordem de grandeza do intervalo entre símbolos  $T$ , e portanto menor que a duração de um quadro. Logo, nas transmissões digitais em questão, há inequivocamente a necessidade do emprego de algoritmos de equalização adaptativa para estimar e acompanhar as variações da resposta ao impulso do canal ao longo da recepção de um quadro.



**FIG 2.6 – Equalização adaptativa por meio de filtro transversal**  
(nesta ilustração, o número de coeficientes do filtro é igual a quatro).

## 2.5. EQUALIZAÇÃO NÃO-FRACIONÁRIA SÍNCRONA

Nesse tipo de equalização, o período de amostragem é igual ao intervalo entre símbolos  $T$ , conforme a EQ. 2.11

$$z_k = z(t)|_{t = kT + t_0}, k = 1, 2, \dots, K \quad (2.11)$$

onde  $t_0$  é o instante inicial de amostragem. Seja  $\mathbf{X}_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T$  o vetor-coluna tendo como elementos as estimações dos  $N$  últimos símbolos complexos transmitidos (sendo  $(\cdot)^T$  operador transposto), e  $\mathbf{W}_k = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$  o vetor-coluna formado pelos coeficientes do filtro transversal. Então o sinal recebido estimado é dado por

$$\hat{z}_k = \mathbf{W}_{k-1}^H \mathbf{X}_k \quad (2.12)$$

onde  $(\cdot)^H$  é o operador hermitiano. Portanto, o erro de estimação do sinal recebido  $e_k$  é dado por

$$e_k = z_k - \hat{z}_k = z_k - \mathbf{W}_{k-1}^H \mathbf{X}_k \quad (2.13)$$

A equação de adaptação do algoritmo de equalização adaptativa LMS (Least Mean Squares) [Haykin, 1996] é dada por

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + \mu e_k^* \mathbf{X}_k \quad (2.14)$$

onde  $\mu$  é o passo do algoritmo.

## 2.6. EQUALIZAÇÃO FRACIONÁRIA SÍNCRONA

Nesse tipo de equalização, o sinal é amostrado após passar pelo filtro de recepção  $K$  vezes por intervalo entre símbolos, sendo  $K$  inteiro e maior ou igual a dois. Se  $\mathbf{X}_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T$  for o vetor-coluna tendo como elementos as estimações dos  $N$  últimos símbolos complexos transmitidos, então a estimação do sinal recebido  $\mathbf{S}_{k+i/K}$  no instante  $t = (k+i/K)T$ ,  $i=0,1,\dots,K-1$ , sem a presença de ruído, será dada por

$$\mathbf{S}_{k+i/K} = \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{X}_k \quad (2.15)$$

onde  $\mathbf{H}_{i/K}$  é matriz de  $L$  linhas e  $N$  colunas, conforme a equação a seguir

$$\mathbf{H}_{i/K} = \begin{bmatrix} h_{i/K} & h_{i/K+1} & \cdots & h_{i/K+(N-1)} \\ h_{i/K-J/(L-1)} & h_{i/K+1-J/(L-1)} & \cdots & h_{i/K+(N-1)-J/(L-1)} \\ h_{i/K-2J/(L-1)} & h_{i/K+1-2J/(L-1)} & \cdots & h_{i/K+(N-1)-2J/(L-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{i/K-J} & h_{i/K+1-J} & \cdots & h_{i/K+(N-1)-J} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

onde  $h_u = h(uT+t_0)$  é a resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção. Seja  $\mathbf{W}_k = [w_1, w_2, \dots, w_L]_k^T$  o vetor-coluna formado pelos  $L$  coeficientes do filtro transversal no instante  $t = kT + t_0$ . Então o erro de estimação  $e_k$  é dado por

$$e_{k+i/K} = z_{k+i/K} - \mathbf{W}_{k-1}^H \mathbf{S}_{k+i/K} \quad (2.17)$$

Comparando as equações do erro de estimação do sinal recebido para equalização não-fracionária (EQ. 2.13) e para equalização fracionária (EQ. 2.15, 2.16 e 2.17), são observadas as seguintes diferenças:

1) na EQ. 2.13, existe o produto interno  $\langle \mathbf{W}, \mathbf{X} \rangle$ , enquanto que na EQ. 2.17, existe o produto interno  $\langle \mathbf{W}, \mathbf{S} \rangle$  - conseqüentemente, o número de coeficientes do filtro adaptativo no equalizador não-fracionário é igual ao tamanho  $N$  do vetor de símbolos, enquanto que, para o equalizador não-fracionário, o número de coeficientes do filtro adaptativo é igual a  $L$ , que pode ou não ser igual a  $N$ ;

2) no equalizador fracionário, o receptor se utiliza do conhecimento da resposta ao impulso conjunta dos filtros casados de transmissão e de recepção, o que facilita o desempenho do algoritmo adaptativo empregado;

3) no equalizador fracionário, cada elemento do vetor  $\mathbf{S}_{k+i/K}$  é o resultado do produto entre uma das linhas de  $\mathbf{H}_{i/K}$  e o vetor-coluna  $\mathbf{X}_{k+i/K}$ , onde cada  $j$ -ésima linha de  $\mathbf{H}_{i/K}$  representa a resposta ao impulso conjunta dos filtros casados com um retardo igual a  $(j-1)J/(L-1)$ ,  $j=1,2,\dots,L$ . Ou seja, é como se o canal fosse enxergado como um modelo de  $L$  raios igualmente espaçados dentro de um intervalo de tempo igual a  $J$ . Dessa forma, o produto interno  $\langle \mathbf{W}, \mathbf{S} \rangle$  corresponde à combinação linear de várias cópias do sinal transmitido defasados entre si, refletindo o mecanismo de desvanescimento por multipercursos;

4) como cada  $i$ -ésimo vetor  $\mathbf{S}_{k+i/K}$ ,  $i=0,1,\dots,K-1$ , corresponde ao sinal transmitido referente ao mesmo  $k$ -ésimo vetor  $\mathbf{X}_k$ , tem-se assim diversidade temporal;

5) no equalizador fracionário síncrono, como a taxa de amostragem é no mínimo igual à taxa de Nyquist  $T/2$ , não há problemas de “aliasing”.

Em suma, os equalizadores fracionários oferecem uma série de vantagens em relação aos equalizadores não-fracionários, tais como flexibilidade de parametrização em função das características do sistema de comunicações e do canal e exploração de diversidade temporal, o que lhe confere melhor desempenho; em oposição, os equalizadores fracionários são mais complexos e têm de lidar com ruído colorido após o filtro de recepção (devido à superamostragem).

Diferentemente da equação original apresentada por Denno [Denno & Saito, 1999], na EQ. 2.16 é inserido o parâmetro  $J$ . O parâmetro  $J$  corresponde ao retardo máximo entre raios admitido pelo algoritmo de filtragem, e para que o algoritmo tenha seu desempenho otimizado, o seu valor deve ser igual ao retardo máximo admitido pelo canal. Como já foi mencionado, para o sistema TIA/EIA-UWC136 operando na banda de 800MHz,  $J$  deve ser igual a 01 (um) intervalo entre símbolos. O valor de  $N$  deve ser escolhido observando-se por quantos intervalos entre símbolos o pulso básico possui amplitude significativa; no caso de filtros de Nyquist,  $N$  deve ser inversamente proporcional ao fator de rolloff  $\alpha$ . O valor de  $L$  deve ser diretamente proporcional ao valor de  $J$ , pois quanto mais próximo o retardo de um raio for de um múltiplo de  $JT/(L-1)$ , mais próximo o valor de um dos coeficientes do filtro adaptativo estará da resposta ao impulso referente a esse raio. Além disso, o tratamento em separado da duração do pulso básico (representado por  $N$ ) e da memória do canal (representado por  $J$  e  $L$ ) confere aos algoritmos fracionários maior flexibilidade. Dessa forma,

a IES devido à sobreposição dos pulsos referentes aos símbolos do quadro é embutida na EQ. 2.16, enquanto que a IES devido à combinação linear das cópias do sinal referentes aos diversos raios é embutida na EQ. 2.17.

Outra vantagem é a possibilidade de se calcular a priori todos os valores possíveis de  $S_{k+i/K}$  (definidos pela EQ. 2.15) e armazená-los em memória não-volátil, diminuindo a carga computacional dos receptores.

Uma grande vantagem dos equalizadores fracionários em relação aos não-fracionários é a possibilidade de se atualizar a estimação do canal numa frequência múltipla de  $1/T$ , ou mesmo numa frequência igual a  $1/T$ , mas utilizando múltiplas amostras por intervalo entre símbolos: quando o receptor móvel está viajando em velocidades altas, o efeito Doppler é mais intenso, causando a diminuição do tempo de coerência do canal; por outro lado, quanto mais amostras por intervalo entre símbolos o receptor processar, menor será o intervalo entre elas, o que ajuda a compensar a diminuição do tempo de coerência. Ou seja, é de se esperar que os algoritmos de equalização fracionários apresentem desempenho superior que os algoritmos não-fracionários perante canais com desvanescimento por multipercursos severo (com perfil de intensidade Doppler largo).

### 3. OS ALGORITMOS FVLMS

#### 3.1. INTRODUÇÃO

Os algoritmos da classe FVLMS (da nomenclatura em inglês Fraction Variable-Gain Least Mean Squares) processam  $K$  amostras por intervalo entre símbolos  $T$ , com  $K$  inteiro e maior ou igual a dois.

Seja  $\mathbf{X}_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T$  o vetor-coluna dos  $N$  últimos símbolos complexos transmitidos, então o sinal transmitido  $\mathbf{S}_{k+i/K}$  num instante  $t = (k+i/K)T + t_0$ ,  $i=0,1,\dots,K-1$ , é dado pela EQ. 2.9, reproduzida abaixo

$$\mathbf{S}_{k+i/K} = \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{X}_k \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{H}_{i/K}$  é uma matriz de  $L$  linhas e  $N$  colunas dada pela EQ. 2.16, reproduzida abaixo

$$\mathbf{H}_{i/K} = \begin{bmatrix} h_{i/K} & h_{i/K+1} & \cdots & h_{i/K+(N-1)} \\ h_{i/K-J/(L-1)} & h_{i/K+1-J/(L-1)} & \cdots & h_{i/K+(N-1)-J/(L-1)} \\ h_{i/K-2J/(L-1)} & h_{i/K+1-2J/(L-1)} & \cdots & h_{i/K+(N-1)-2J/(L-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{i/K-J} & h_{i/K+1-J} & \cdots & h_{i/K+(N-1)-J} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

sendo  $J$  o retardo máximo entre raios admitido,  $h_u = h([u-P]T)$  a resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção, e  $P$  é um parâmetro que determina como a resposta ao impulso conjunta dos filtros é truncada.

Nos algoritmos FVLMS, a estimação do canal é realizada símbolo-a-símbolo. Duas razões podem ser apontadas para isso:

- é suposto que a resposta ao impulso do canal não varia significativamente durante um intervalo de tempo menor que  $T$ ;

- há exploração de diversidade temporal, pois são processadas K amostras por intervalo entre símbolos para se atualizar a estimação da resposta ao impulso do canal.

Seja  $\mathbf{W}_k = [w^1, w^2, \dots, w^L]^T_k$  o vetor-coluna (de L linhas) representando a estimação da resposta ao impulso do canal durante o período do k-ésimo símbolo. Então o erro de estimação do sinal  $e_{k+i/K}$  é dado por

$$e_{k+i/K} = z_{k+i/K} - \mathbf{W}_{k-1}^H \mathbf{S}_{k+i/K} \quad (3.3)$$

onde

$$z_{k+i/K} = z(t) \Big|_{t = (k + i/K)T + t_0}, \quad k = 1, 2, \dots, N_{\text{quadro}} \quad (3.4)$$

é o sinal amostrado na saída do filtro de recepção.

### 3.2. O ALGORITMO FVLMS CONVENCIONAL

O algoritmo FVLMS tem como objetivo minimizar a função-custo  $C(k)$ , constituída da soma dos módulos dos erros de estimação do sinal ao quadrado, conforme a equação a seguir

$$C(k) = \sum_{n=1}^k (1 - \mu)^{k-n} \sum_{i=0}^{K-1} \left| \varepsilon_{n+i/K}^k \right|^2 \quad (3.5)$$

onde

$$\varepsilon_{n+i/K}^k = z_{n+i/K} - \mathbf{W}_k^H \mathbf{S}_{n+i/K} \quad (3.6)$$

O parâmetro  $\mu$  é chamado de fator de esquecimento, e é um número real positivo próximo de zero. Logo, a função  $C(k)$  é positiva para todo k. Convém observar que o erro a posteriori



$\varepsilon_{n+i/K}^1$  é diferente do erro a priori  $e_{n+i/K}^2$ , e que a função  $C(k)$  depende unicamente da estimação do canal no instante  $k$ , não dependendo dos instantes anteriores: ou seja,  $C(k) \equiv C(\mathbf{W}_k)$ . A busca de um valor para  $\mathbf{W}_k$  que minimize  $C(\mathbf{W}_k)$  equivale a encontrar a melhor estimação do canal, no sentido do erro quadrático, para toda a recepção até o instante  $k$ . Como o canal é variante com o tempo, é introduzido o fator de ponderação  $(1-\mu)^{k-n}$ , que é uma forma de dar mais peso às amostras mais recentes. Quanto mais variante com o tempo for o canal (quanto maior for o espalhamento Doppler), maior deverá ser o valor de  $\mu$ , cujo valor deve ser escolhido de forma empírica, através de simulações, com o propósito de minimizar a taxa de erro de bits no receptor.

Aplicando a EQ. 3.3 na EQ. 3.5, calculando o gradiente  $C(k)$  em relação ao vetor  $\mathbf{W}_k$  e igualando-o a zero, verifica-se que o valor de  $\mathbf{W}_k$  para o qual o valor de  $C(k)$  é mínimo é dado por (consultar o Apêndice A)

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{\Phi}^{-1}(k)\mathbf{\Theta}(k) \quad (3.7)$$

onde

$$\mathbf{\Phi}(k) = \sum_{n=1}^k (1-\mu)^{k-n} \sum_{i=0}^{K-1} \mathbf{S}_{n+i/K} \mathbf{S}_{n+i/K}^H \quad (3.8)$$

$$\mathbf{\Theta}(k) = \sum_{n=1}^k (1-\mu)^{k-n} \sum_{i=0}^{K-1} z_{n+i/K}^* \mathbf{S}_{n+i/K} \quad (3.9)$$

Expandindo os somatórios das EQ. 3.8 e 3.9, elas podem ser reescritas de forma recursiva, conforme as EQ. 3.10 e 3.11, respectivamente

$$\mathbf{\Phi}(k) = (1-\mu)\mathbf{\Phi}(k-1) + \sum_{i=0}^{K-1} \mathbf{S}_{k+i/K} \mathbf{S}_{k+i/K}^H \quad (3.10)$$

---

<sup>1</sup> O erro  $\varepsilon_{j+i/K}^k$  é dito *a posteriori* porque é calculado baseado numa estimação de canal referente a um instante  $k$  após o instante  $j+i/K$  da amostra observada.

<sup>2</sup> Ao contrário, o erro  $e_{j+i/K}$  é dito *a priori* porque é calculado a partir da estimação de canal no instante anterior  $j-1$ .

$$\mathbf{\Theta}(k) = (1 - \mu)\mathbf{\Theta}(k-1) + \sum_{i=0}^{K-1} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+i/K} \quad (3.11)$$

As EQ. 3.10 e 3.11 estabelecem uma base para o desenvolvimento de um algoritmo iterativo.

Substituindo a EQ. 3.1 na EQ. 3.8, o vetor autocorrelação  $\mathbf{\Phi}(k)$  do sinal transmitido pode ser reescrito da seguinte forma

$$\mathbf{\Phi}(k) = \sum_{i=0}^{K-1} \mathbf{H}_{i/K} \left[ \sum_{n=1}^k (1 - \mu)^{k-n} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H \right] \mathbf{H}_{i/K}^H \quad (3.12)$$

Um ponto-chave para o desenvolvimento do algoritmo FVLMS está na hipótese de que a seqüência transmitida  $\{x_k\}$  seja ergódica e que os símbolos sejam variáveis aleatórias independentes entre si. Supondo ainda que o esquema de modulação seja PSK-M, com todos os M símbolos complexos contidos sobre o círculo unitário  $e^{j\Omega}$ ,  $0 \leq \Omega \leq 2\pi$ , então  $E[\mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^H]$  é a matriz identidade  $\mathbf{I}$ <sup>3</sup>. Neste caso, substituindo-se o produto  $\mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H$  por sua média  $E[\mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^H] = \mathbf{I}$  na EQ. 3.12, tem-se portanto a seguinte aproximação

$$\sum_{n=1}^k (1 - \mu)^{k-n} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H \approx \mu^{-1} (1 - (1 - \mu)^k) \mathbf{I} \quad (3.13)$$

Essa aproximação pode ser considerada boa enquanto a seqüência de símbolos transmitida for aleatória e os símbolos forem estatisticamente independentes entre si. Em se tratando de seqüências de treinamento, a aproximação dada pela EQ. 3.12 ainda é aceitável porque normalmente essas seqüências são criadas empiricamente mantendo um alto nível de decorrelação (determinística) entre os símbolos.

Cabe notar que a EQ. 3.13 carrega o conceito básico do algoritmo Variable-LMS (VLMS) apresentado por Denno [Denno & Saito, 1999]. À medida em que k tende a infinito, a aproximação dada pela EQ. 3.13 tende a se tornar uma igualdade, no sentido da média quadrática.

---

<sup>3</sup> No caso de modulações com constelações de símbolos simétricas, como o QAM, a EQ. 3.13 continua válida, a menos de um escalar.

Finalmente, reescrevendo a EQ. 3.7 empregando-se as EQ. 3.11, 3.12 e 3.13, tem-se a seguinte expressão (consultar o Apêndice B)

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} e_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+i/K} \quad (3.14)$$

onde

$$\mathbf{R} = \sum_{i=0}^{K-1} \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{H}_{i/K}^T \quad (3.15)$$

é a matriz autocorrelação (determinística) da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção, e

$$G(k) = \mu[1 - (1 - \mu)^k]^{-1} \quad (3.16)$$

é o ganho variável do algoritmo. O valor de  $G(k)$  é igual a 1 (um) para  $k=1$  e vai diminuindo conforme  $k$  aumenta, tendendo ao valor de  $\mu$  quando  $k$  tende a infinito. Logo, o algoritmo FVLMS pode ser visto como o algoritmo LMS modificado, onde inicialmente o valor do passo é alto, o que proporciona uma maior rapidez de convergência, e posteriormente o valor do passo mantém-se praticamente constante (em torno de  $\mu$ ). Porém, para que os altos valores do ganho  $G(k)$  para pequenos valores de  $k$  de fato se revertam em uma maior rapidez de convergência, é fundamental que a condição imposta pela EQ. 3.13 seja respeitada.

Os principais passos do algoritmo FVLMS são caracterizados pelas EQ. 3.1, 3.4 e 3.14 e estão agrupadas na TAB 3.1. Convém observar que todos os valores possíveis de  $\mathbf{S}_{k+i/M}$ , do ganho variável  $G(k)$  e da inversa da matriz autocorrelação dos filtros  $\mathbf{R}^{-1}$  podem ser calculados antecipadamente e armazenados em memória não-volátil.

O algoritmo FVLMS necessita de  $L^2 + 2KL$  multiplicações complexas por intervalo entre símbolos, apresentando complexidade computacional menor que a do RLS (Recursive Least Squares) fracionário, que requer  $2KL^2 + 2KL$  multiplicações complexas.

A equação da adaptação 3.14 apresenta forma semelhante à EQ. 2.14, que é a equação de adaptação do algoritmo LMS. Porém, diferentemente do algoritmo LMS, cuja formulação baseia-se nas equações de Wiener, o desenvolvimento do algoritmo FVLMS baseia-se na

resolução da equação normal determinística (EQ. 3.7), tal qual o algoritmo RLS. Na realidade, o algoritmo FVLMS é uma aproximação do algoritmo RLS fracionário. Como é mostrado por Denno [Denno & Saito, 1999], o FVLMS alia características de desempenho semelhantes às do RLS com simplicidade e estabilidade semelhantes às do LMS. A maior estabilidade relativa do FVLMS advém do fato de que neste algoritmo não são utilizados cálculos de matrizes pseudoinversas (através do Lema de Inversão de Matriz e da Equação de Riccati) como ocorre no algoritmo RLS convencional.

**TAB 3.1 – Sumário do algoritmo FVLMS.**

Passo	Equação
1	$\mathbf{W}_k = \mathbf{0}, k=0$ (valor inicial) $G(k) = \mu[1 - (1 - \mu)^k]^{-1}$ $\mathbf{R} = \sum_{i=0}^{K-1} \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{H}_{i/K}^T$
2	$\mathbf{S}_{k+i/K} = \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{X}_k$
3	$e_{k+i/K} = z_{k+i/K} - \mathbf{W}_{k-1}^H \mathbf{S}_{k+i/K}, i = 0, 1, \dots, K-1$ e $k=1, 2, \dots$
4	$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + G(k) \mathbf{R}^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} e_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+i/K}$

### 3.3. O ALGORITMO OVLMS

O algoritmo OVLMS (Orthogonal Fractional Variable-Gain Least Mean Squares) é uma variação do algoritmo FVLMS baseada na diagonalização da matriz autocorrelação  $\mathbf{R}$ , cuja matriz-inversa é empregada na equação de adaptação. Com isso, reduz-se o número de operações matemáticas exigidas pelo algoritmo.

Observando-se a EQ. 3.14, que é a equação de adaptação dos coeficientes do filtro transversal para o algoritmo FVLMS, nota-se a existência de uma multiplicação entre um somatório e a inversa da matriz  $\mathbf{R}$ . No algoritmo OVLMS, a EQ. 3.14 é submetida a uma transformação linear escolhida apropriadamente que diagonaliza a matriz  $\mathbf{R}$ . Demonstra-se

que toda matriz hermitiana não-nula e de posto igual ao seu número de linhas possui todos os autovalores positivos e possui inversa. A matriz  $\mathbf{R}$  pode ser diagonalizada pela decomposição em valores singulares (SVD). Portanto, a matriz  $\mathbf{R}$  pode ser expressa conforme a equação a seguir

$$\mathbf{R} \xrightarrow{\text{SVD}} \mathbf{\Lambda} = \mathbf{U}\mathbf{R}\mathbf{U}^H \quad (3.17)$$

onde  $\mathbf{\Lambda}$  é matriz diagonal formada pelos autovalores de  $\mathbf{R}$ , e  $\mathbf{U}$  é matriz unitária em que as colunas correspondem aos autovetores de  $\mathbf{R}$ .

Substituindo a matriz  $\mathbf{R}$  na expressão 3.17 por sua definição na EQ. 3.15, e definindo a matriz transformada da resposta ao impulso conjunta dos filtros  $\mathbf{T}_{i/K} \equiv \mathbf{U}\mathbf{H}_{i/K}$ , tem-se

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{U}\mathbf{R}\mathbf{U}^H = \sum_{i=0}^{K-1} \mathbf{U}\mathbf{H}_{i/K}\mathbf{H}_{i/K}^H\mathbf{U}^H \Rightarrow \mathbf{\Lambda} = \sum_{i=0}^{K-1} \mathbf{T}_{i/K}\mathbf{T}_{i/K}^H \quad (3.18)$$

A matriz transformada  $\mathbf{T}_{i/K}$  corresponde à matriz  $\mathbf{H}_{i/K}$  representada na base ortonormal formada pelos autovetores da matriz  $\mathbf{R}$ . No algoritmo OVLMS é estabelecido, portanto, o seguinte conjunto de transformações lineares

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{i/K} &\rightarrow \mathbf{T}_{i/K} = \mathbf{U}\mathbf{H}_{i/K} \\ \mathbf{S}_{k+i/K} = \mathbf{H}_{i/K}\mathbf{X}_k &\rightarrow \mathbf{Y}_{k+i/K} = \mathbf{U}\mathbf{S}_{k+i/K} = \mathbf{T}_{i/K}\mathbf{X}_k \\ \mathbf{W}_k &\rightarrow \mathbf{V}_k = \mathbf{U}\mathbf{W}_k \end{aligned} \quad (3.19)$$

Aplicando estas transformações na EQ. 3.14, a equação de adaptação do algoritmo OVLMS torna-se

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{V}_{k-1} + \mathbf{G}(\mathbf{k})\mathbf{\Lambda}^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} e_{k+i/K}^* \mathbf{Y}_{k+i/K} \quad (3.20)$$

onde

$$e_{k+i/K} = z_{k+i/K} - \mathbf{V}_{k-1}^H \mathbf{Y}_{k+i/K} \quad (3.21)$$

A EQ. 3.20 é análoga à EQ. 3.14, com a vantagem de envolver menos operações matemáticas, já que a matriz  $\mathbf{R}$  foi substituída pela matriz-diagonal  $\mathbf{\Lambda}$ . Dessa forma, o algoritmo OVLMS apresenta menor complexidade computacional que o algoritmo FVLMS convencional, requerendo  $(2K+1)L$  multiplicações complexas, assim como o algoritmo LMS fracionário. É válido destacar que, enquanto no algoritmo FVLMS o número de multiplicações complexas varia com o quadrado do número de coeficientes  $L$  do filtro adaptativo, no algoritmo OVLMS este número varia linearmente com  $L$ .

Os passos do algoritmo OVLMS estão resumidos na TAB 3.2.

**TAB 3.2 – Sumário do algoritmo OVLMS.**

Passo	Equação
1	$\mathbf{V}_k = \mathbf{0}, k=0$ (valor inicial) $G(k) = \mu[1 - (1 - \mu)^k]^{-1}$ $\mathbf{R} \xrightarrow{\text{SVD}} \mathbf{\Lambda} = \mathbf{U}\mathbf{R}\mathbf{U}^H$
2	$\mathbf{Y}_{k+i/M} = \mathbf{T}_{i/M} \mathbf{X}_k$
3	$e_{k+i/K} = z_{k+i/K} - \mathbf{V}_{k-1}^H \mathbf{Y}_{k+i/K}, i = 0, 1, \dots, K-1$ e $k=1, 2, \dots$
4	$\mathbf{V}_k = \mathbf{V}_{k-1} + \mathbf{G}(k)\mathbf{\Lambda}^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} e_{k+i/K}^* \mathbf{Y}_{k+i/K}$

#### 3.4. MANUTENÇÃO DO ERRO DE ESTIMAÇÃO NOS ALGORITMOS FVLMS E OVLMS

Desenvolvendo a EQ. 3.21, que expressa o erro de estimação dos símbolos no algoritmo OVLMS, verifica-se que o erro obtido com o algoritmo OVLMS é igual ao que se obtém com o FVLMS,

$$e^{OVLMS} = z - \mathbf{V}^H \mathbf{Y} = z - (\mathbf{U}^H \mathbf{W})^H (\mathbf{U}^H \mathbf{S}) = z - \mathbf{W}^H \mathbf{U} \mathbf{U}^H \mathbf{S} = z - \mathbf{W}^H \mathbf{S} = e^{FVLMS} \quad (3.22)$$

Baseado na propriedade acima e no fato de que os algoritmos de busca dos receptores MLSE empregam critérios de decisão baseados nos erros de estimação do sinal, pode ser antecipado que o OVLMS apresenta características de desempenho idênticas às do FVLMS, neste contexto. Na realidade, o algoritmo OVLMS opera no espaço L-dimensional formado pelos autovetores da matriz  $\mathbf{R}$ , dados pelas colunas da matriz  $\mathbf{U}$ . O espaço do algoritmo OVLMS é isométrico ao espaço do algoritmo FVLMS. Portanto, fica estabelecido, deste ponto do texto em diante, que a sigla FVLMS passa a se referir indistintamente tanto ao algoritmo FVLMS convencional quanto ao algoritmo OVLMS.

### 3.5. CONSEQÜÊNCIA DA REDUÇÃO DO NÚMERO DE COEFICIENTES DO FILTRO PARA O ALGORITMO OVLMS

Da decomposição em valores singulares, é sabido que a matriz  $\mathbf{\Lambda}$  tem como elementos de sua diagonal principal os autovalores da matriz autocorrelação  $\mathbf{R}$ , que aqui são denotados por  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{L-1}$ . A  $i$ -ésima coluna  $\mathbf{u}_i$  da matriz unitária  $\mathbf{U}$  é o autovetor correspondente ao autovalor  $\lambda_i$ . Além disso, os autovetores  $\mathbf{u}_i, i=0,1,\dots,L-1$  são ortonormais, ou seja

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i^H \bullet \mathbf{u}_j &= 0, & i \neq j \\ \mathbf{u}_i^H \bullet \mathbf{u}_j &= 1, & i = j \end{aligned} \tag{3.23}$$

onde o operador  $(\bullet)$  representa produto interno.

Logo, empregando as EQ. 3.12 e 3.13, a autocorrelação  $\Phi(k)$  do sinal transmitido pode ser reescrita da seguinte forma

$$\Phi(k) = G(k) \sum_{i=0}^{L-1} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H \tag{3.24}$$

Pelo teorema da decomposição espectral [Haykin, 1996], cada autovalor corresponde a um vetor senoidal de frequência

$$f_i = \frac{i}{2JT} \quad (3.25)$$

e, assim, cada autovalor  $\lambda_i$  corresponde à potência do sinal recebido na frequência  $f_i$ .

Nos sistemas radiomóveis, é comum o emprego de filtros de transmissão e de recepção com resposta ao impulso do tipo raiz de cosseno levantado, cuja resposta em frequência é dada pela EQ. 2.2. Esse filtro possui a faixa limitada até a frequência  $f_N=(1+\alpha)/2T$ , onde  $\alpha$  é seu fator de decaimento (rolloff). Logo, os autovalores significativos serão aqueles referentes às frequências dentro da faixa do filtro, ou seja,

$$f_i \leq f_N = \frac{1 + \alpha}{2T} \quad (3.26)$$

Seja  $B$  o valor a partir do qual todas as frequências dadas pela EQ. 3.24, com  $i=B, B+1, \dots, L-1$ , estejam acima de  $f_N$ , ou seja, fora da faixa do filtro. Os autovalores correspondentes às frequências fora da faixa de passagem do filtro pouco contribuem para a composição da autocorrelação do sinal, e portanto podem ser ignorados. Assim, os autovalores da matriz autocorrelação  $\mathbf{R}$  obedecem à seguinte ordenação

$$\lambda_0 > \dots > \lambda_{B-1} \gg \lambda_B > \dots > \lambda_{L-1} \cong 0 \quad (3.27)$$

Com isso, a matriz autocorrelação pode ser truncada conforme a equação a seguir, com pouca perda de precisão

$$\mathbf{\Phi}(k) \approx G(k) \sum_{i=0}^{B-1} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H = \mathbf{\Phi}_B(k) \quad (3.28)$$

Nestas condições, a matriz  $\mathbf{\Phi}_B(k)$  é uma boa aproximação de  $\mathbf{\Phi}(k)$ , já que de fato apenas os  $B$  maiores autovalores são significativos. Enfim, empregando as EQ. 3.25 e 3.26, o valor do parâmetro  $B$  é dado pela expressão

$$B \geq J(1+\alpha), B \text{ inteiro positivo} \quad (3.29)$$



A EQ. 3.29 demonstra que o número de coeficientes do filtro adaptativo para o algoritmo OVLMS deve ser arbitrado de maneira diretamente proporcional ao produto entre o máximo retardo entre raios do canal e a faixa espectral do sinal em banda básica.

### 3.6. O ALGORITMO WFVLMS

O algoritmo WFVLMS (Weighted Fractional Variable-Gain Least Mean Squares) tem como objetivo minimizar a função-custo  $C_w(k)$ , dada pela equação a seguir

$$C_w(k) = \sum_{n=0}^k (1-\mu)^{k-n} \mathbf{E}_n^k \mathbf{P} (\mathbf{E}_n^k)^H = \sum_{n=1}^k (1-\mu)^{k-n} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} P_{ij} \varepsilon_{n+i/K}^k \left( \varepsilon_{n+j/K}^k \right)^* \quad (3.30)$$

onde

$$\mathbf{E}_n^k = \left[ \varepsilon_n^k \ \varepsilon_{n+1/K}^k \ \dots \ \varepsilon_{n+(K-1)/K}^k \right] \quad (3.31)$$

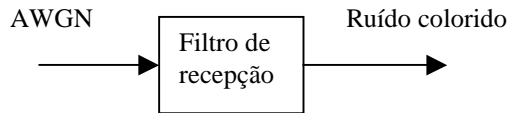
é vetor-linha formado pelos  $K$  erros a posteriori (dados pela EQ. 3.6) e

$$\mathbf{P} = \left[ p_{ij} \right] \quad (3.32)$$

é matriz de ponderação dos erros a posteriori, de dimensão  $K \times K$ , sendo  $K$  o fator de superamostragem. A matriz  $\mathbf{P}$  deve ser hermitiana: com isso, o produto  $\mathbf{E}_k \mathbf{P} \mathbf{E}_k^H$  é sempre real e positivo, qualquer que seja o valor de  $\mathbf{E}_k$ .

Nota-se que a função-custo  $C_w(k)$  do algoritmo WFVLMS é semelhante à função-custo  $C(k)$  do algoritmo FVLMS tradicional (dada pela EQ. 3.5): a diferença está na inserção da matriz de ponderação  $\mathbf{P}$  para o cálculo de  $C_w(k)$ . A introdução da matriz de ponderação  $\mathbf{P}$  no cálculo da função-custo pode ser justificada ao se levar em conta que, se o erro de estimação do sinal recebido for causado apenas pelo ruído branco gaussiano na entrada do filtro de

recepção, então a sequência de erros de amostragem - após o filtro de recepção - será um processo estocástico colorido, conforme mostra a figura 3.1.



**FIG. 3.1 – Transformação do ruído branco em colorido através do filtro de recepção.**

Nota-se que a densidade espectral de potência do ruído, para a situação ilustrada na FIG. 3.1, é dada pela resposta em frequência do filtro de recepção, que é conhecida.

### 3.6.1. DETERMINAÇÃO DOS PESOS A PARTIR DE MODELO AUTOREGRESSIVO

Hamied [Hamied, 1996] propõe que a métrica do AV, para o caso de equalizadores fracionários, seja dada pela soma ponderada dos módulos dos erros ao quadrado, com os pesos  $p_i$ ,  $i=0,1,\dots,K-1$  calculados segundo um modelo autoregressivo de ordem  $K$ . Ou seja,

$$\sum_{i=0}^{K-1} p_i e_{k+i/K} = n_k \quad (3.33)$$

onde  $\{n_k\}$  é processo estocástico branco gaussiano. Os pesos  $p_i$  podem ser calculados através do seguinte sistema linear

$$\mathbf{P}_{\text{diag}} = \mathbf{r} \mathbf{g}^{-1} \quad (3.34)$$

onde

$$\mathbf{P}_{\text{diag}} = [p_0, p_1, \dots, p_{K-1}] \quad (3.35)$$

$$\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_K] \quad \text{e} \quad r_i = E[g(k)g(k+i/K)] \quad (3.36)$$

$$\mathbf{g}=[g_1, g_2, \dots, g_K] \text{ e } g_i=E[g(k)g(k+i/K)] \quad (3.37)$$

sendo  $g(t)$  a resposta ao impulso do filtro de recepção.

Esta idéia pode ser aproveitada para o cálculo da matriz  $\mathbf{P}$  que aparece na expressão de  $C_w(k)$ , dada pela EQ. 3.30, ao se obrigar que a matriz  $\mathbf{P}$  seja uma matriz-diagonal, cuja diagonal principal é igual a  $\mathbf{P}_{\text{diag}}$ . No entanto, testes preliminares mostraram que tal modelo é inadequado para  $K$  pequeno, sobretudo porque as amostras relacionadas estão restritas a um mesmo intervalo entre símbolos, e a resposta ao impulso do filtro de recepção se estende significativamente por vários intervalos entre símbolos.

### 3.6.2. DETERMINAÇÃO DOS PESOS A PARTIR DO CRITÉRIO ML

O critério ótimo para a escolha dos elementos da matriz de ponderação, no sentido da máxima verossimilhança entre o sinal recebido e o sinal estimado (critério ML), é maximizar a probabilidade de acerto na estimação sinal recebido. Isso equivale a maximizar a probabilidade conjunta dos elementos do vetor  $\mathbf{E}_n^k$ . Supondo que o ruído na entrada do filtro de recepção seja branco e gaussiano, conforme ilustra a FIG. 3.1, então a distribuição de probabilidade conjunta dos elementos do vetor  $\mathbf{E}_n^k$  é gaussiana, dada pela seguinte função densidade de probabilidade

$$p(\mathbf{E}_n^k) = p(\varepsilon_n^k, \varepsilon_{n+1/K}^k, \dots, \varepsilon_{n+(K-1)/K}^k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{K/2} \det(\mathbf{C}^{-1})}} \exp\{-2\mathbf{E}_n^k \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{E}_n^k)^H\} \quad (3.38)$$

onde a matriz  $\mathbf{C}=[c_{ij}]$ ,  $i,j=0,1,\dots,K-1$  é a matriz autocorrelação do ruído colorido, ou seja,

$$c_{ij}=E\{g(t+i/K)g(t+j/K)\} \quad (3.39)$$

Admitindo que a resposta ao impulso do filtro de recepção é função raiz de cosseno levantado, então os elementos da matriz autocorrelação  $\mathbf{C}$  podem ser calculados da seguinte forma (consultar o Apêndice C)

$$c_{ij}=h[(i-j)T] \quad (3.40)$$

onde  $h(\cdot)$  é a função cosseno levantado.

Quanto maior o valor de  $p(\mathbf{E}_n^k)$ , maior a chance da seqüência estimada ser de fato a seqüência transmitida. Contudo, nota-se que o valor de  $p(\mathbf{E}_n^k)$  é inversamente proporcional à forma hermitiana

$$\mathbf{E}_n^k \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{E}_n^k)^H \quad (3.41)$$

Portanto, a expressão dada pela EQ. 3.41, no caso do algoritmo WFVLMS, substitui a tradicional métrica euclidiana para o AV. Comparando a expressão de  $C_w(k)$  dada pela EQ. 3.30 com a forma hermitiana na EQ. 3.41, nota-se que a minimização de  $C_w(k)$  vai ao encontro do critério ML caso a seguinte identidade seja estabelecida

$$\text{Critério ML} \Rightarrow \mathbf{P}=\mathbf{C}^{-1} \quad (3.42)$$

Em suma, a condição imposta na EQ. 3.42 faz com que o algoritmo WFVLMS estime a resposta ao impulso do canal baseado no critério ML. Porém, esta condição não atende de forma ótima o critério ML: observando a EQ. 3.40, nota-se que os elementos da matriz de ponderação  $\mathbf{P}$  são calculadas a partir da função cosseno levantado, que possui duração infinita. Quanto menor for o fator de rolloff, por mais intervalos entre símbolos esta função apresentará valores significativos; ou seja, maior será a autocorrelação entre erros distantes no tempo. Como a EQ. 3.30 restringe os produtos entre os erros pertencentes ao mesmo intervalo entre símbolos, então a autocorrelação entre erros contidos em intervalos diferentes é desprezada (forçada a zero), levando o algoritmo a um desempenho sub-ótimo. Entretanto, tal restrição é mantida porque busca-se assim um algoritmo prático, e que faça a adaptação da estimação do canal numa taxa igual ao inverso do intervalo entre símbolos. Feitas essas considerações, fica a expectativa do algoritmo WFVLMS apresentar desempenho superior em relação ao algoritmo FVLMS. Isto é avaliado através da análise dos resultados das simulações apresentados nos capítulos seguintes.

### 3.6.3. EQUAÇÕES DE ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO WFVLS

De maneira análoga ao algoritmo FVLMS, o vetor de estimação da resposta ao impulso do canal  $\mathbf{W}_k$  pode ser calculado a partir da equação normal ponderada (consultar o Apêndice A)

$$\mathbf{W}_k = \Phi_w^{-1}(k) \Theta_w(k) \quad (3.43)$$

onde

$$\Phi_w(k) = \sum_{n=1}^k (1-\mu)^{k-n} \sum_{j=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{S}_{n+i/K} \mathbf{S}_{n+j/K}^H \quad (3.44)$$

$$\Theta_w(k) = \sum_{n=1}^k (1-\mu)^{k-n} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{n+i/K}^* \mathbf{S}_{n+j/K} \quad (3.45)$$

As equações 3.44 e 3.45 são idênticas às equações 3.8 e 3.9 (referentes ao algoritmo FVLMS comum), exceto pela inserção dos pesos  $p_{ij}$ ,  $i$  e  $j=0, \dots, K-1$ , e conseqüentemente, da aparição dos somatórios duplos, devido aos produtos cruzados referentes aos instantes em que  $i \neq j$ . Desenvolvendo as equações 3.43 a 3.45 de forma análoga às equações 3.7 a 3.9, chega-se às seguintes equações que compõem o algoritmo WFVLS (consultar o Apêndice B)

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + G(k) \mathbf{R}_w^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} e^{*k+i/K} \mathbf{S}_{k+j/K} \quad (3.46)$$

onde

$$\mathbf{R}_w = \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{H}_{j/K}^T \quad (3.47)$$

é a matriz autocorrelação (ponderada) da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção, e  $G(k)$  é o ganho variável do algoritmo, dado pela equação 3.16.

Seja  $\zeta_k$  a matriz de L linhas e K colunas formada pela concatenação dos K vetores-colunas  $\mathbf{S}_{k+i/K}$ ,  $i=0,1,\dots,K-1$ , ou seja,  $\zeta_k=[\mathbf{S}_k, \mathbf{S}_{k+1/K}, \dots, \mathbf{S}_{k+(K-1)/K}]$ , e seja  $\mathbf{E}_k=[e_k, e_{k+1/K}, \dots, e_{k+(K-1)/K}]$  o vetor-linha formado pelos K erros a priori, ambos referentes ao instante k. Aproveitando esta notação, a EQ. 3.46 pode ser reescrita de maneira mais sucinta

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}_w^{-1}\zeta_k \mathbf{P}\mathbf{E}_k^H \quad (3.48)$$

A TAB 3.3 sumariza as equações do algoritmo WFVLS.

**TAB 3.3 – Sumário do algoritmo WFVLS.**

Passo	Equação
1	$\mathbf{W}_k = \mathbf{0}, k=0$ (valor inicial) $G(k) = \mu[1 - (1 - \mu)^k]^{-1}$ $\mathbf{R}_w = \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{H}_{j/K}^T$
2	$\mathbf{S}_{k+i/K} = \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{X}_k$
3	$e_{k+i/K} = z_{k+i/K} - \mathbf{W}_{k-1}^H \mathbf{S}_{k+i/K}, i = 0, 1, \dots, K-1$ e $k=1, 2, \dots$
4	$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}_w^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} e_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K}$

#### 3.6.4. CONSIDERAÇÕES ACERCA DO ALGORITMO WFVLS

Inicialmente, convém lembrar que o algoritmo FVLS pode ser visto como um caso particular do algoritmo WFVLS, onde  $\mathbf{P}=\mathbf{I}$ . Os apêndices A e B mostram, de maneira unificada, os detalhes no desenvolvimento desses dois algoritmos.

À luz do critério ML (que é o ponto de partida para o desenvolvimento do algoritmo WFVLS), somente faria sentido igualar a matriz  $\mathbf{P}$  à matriz-identidade caso a seqüência de erros de estimação do sinal recebido  $\{e_{k+i/K}\}$  fosse um processo estocástico branco. Porém,

como já foi visto, o ruído é branco na entrada do filtro de recepção e, portanto, a seqüência em questão é um processo estocástico colorido. É de se esperar, portanto, que o algoritmo FVLMS tenha seu desempenho melhorado caso seja usado um filtro branqueador da seqüência de erros. Porém, o emprego de tal filtro aumentaria a complexidade e o custo de processamento do receptor. Nesse sentido, o algoritmo WFVLMS é um refinamento do algoritmo FVLMS que dispensa a necessidade de filtros branqueadores, já que nele a autocorrelação da seqüência de erros é levada em consideração, graças ao conhecimento a priori da resposta ao impulso do filtro de recepção.

## 4. ERRO QUADRÁTICO MÉDIO NA ESTIMAÇÃO DO SINAL RECEBIDO

### 4.1. INTRODUÇÃO

O presente capítulo mostra o desempenho do algoritmo FVLMS (e OVLMS) em canais com desvanescimento por multipercurso e ruído branco, através de curvas de erro quadrático médio da estimação do sinal recebido, considerando todos os símbolos do quadro transmitido conhecidos. Esses testes permitem estabelecer alguns critérios para determinar os valores dos parâmetros desses dois algoritmos. Posteriormente, são realizados testes de erro quadrático médio confrontando o desempenho dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS. Por último, é feita uma comparação de desempenho entre os algoritmos FVLMS e WFVLMS.

O comprimento dos quadros é de 120 (cento e vinte) símbolos. Para obtenção de cada curva, foram simuladas em computador a transmissão e recepção de 200 (duzentos) quadros. Supondo que o algoritmo FVLMS utilize  $K$  amostras por intervalo entre símbolos, então para cada  $k$ -ésimo símbolo,  $1 \leq k \leq 120$ , da  $j$ -ésima experiência,  $j=1 \dots 200$ , haverá portanto  $K$  erros de estimação do sinal recebido  $e_{k+i/K}$ ,  $i=0,1,\dots,K-1$ , conforme mostra a EQ. 2.17. Portanto, o erro quadrático médio referente ao  $k$ -ésimo símbolo do quadro  $E[|e|^2]_k$  é dado por

$$E[|e|^2]_k = \frac{\sum_{j=1}^{200} \sum_{i=0}^{K-1} |e_{k+i/K}^j|^2}{200 \cdot K}, \quad k = 1, 2, \dots, 120 \quad (4.1)$$

Essas simulações, embora simples, permitem uma avaliação de desempenho do algoritmo de filtragem adaptativa por si só, sem a composição com o algoritmo de busca do receptor MLSE. Convém salientar que o Algoritmo de Viterbi (AV), empregado como algoritmo de busca nas simulações apresentadas no próximo capítulo, só possui desempenho ótimo diante a degradação por ruído branco gaussiano caso a estimação do canal seja perfeita. Portanto, é crucial para um bom desempenho do receptor que o algoritmo de filtragem adaptativa seja capaz de “acompanhar” adequadamente as variações do canal ao longo do tempo. Os

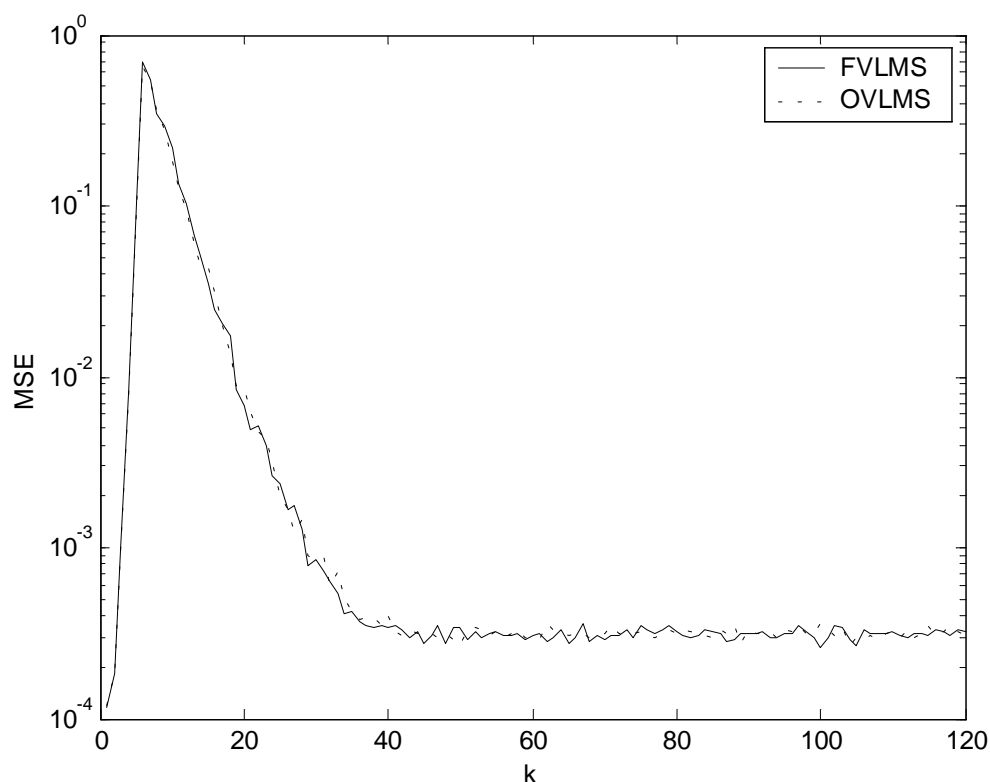


resultados dos testes apresentados neste capítulo permitem avaliar a capacidade de acompanhamento e a rapidez de convergência do erro de estimação apresentados pelo algoritmo FVLMS. Em todas as simulações, foi adotado um modelo de canal de dois raios equípotentes, com retardo  $\tau$  entre eles, e espectro de Jakes, com deslocamento Doppler máximo normalizado denotado por  $f_d T$ . Foi adotado para o canal o modelo de dois raios por que as normas de teste o recomendam, mas outras simulações com modelo de canal com mais de dois raios mostrou que os algoritmos fracionários mantiveram o mesmo desempenho perante canais de dois raios.

O presente capítulo é dividido em sete seções: na segunda, é verificada a equivalência entre os algoritmos FVLMS convencional e OVLMS em termos de desempenho de erro de estimação do sinal recebido; na terceira, é feita uma avaliação da sensibilidade do algoritmo FVLMS em relação aos seus diversos parâmetros, e a partir daí são estabelecidos critérios e sugeridos procedimentos para a escolha dos seus valores em função das características do canal radiomóvel; na quarta, são avaliadas as variações de desempenho do algoritmo OVLMS quando a matriz autocorrelação da resposta ao impulso conjunta dos filtros  $\mathbf{\Lambda}$  é truncada; na quinta, é feita uma comparação de desempenho entre os algoritmos FVLMS, LMS e RLS, a partir de curvas de aprendizagem; na sexta, é feita uma comparação de desempenho entre os algoritmos FVLMS e WFVLMS; e finalmente, na sétima seção, é feita uma compilação das principais conclusões extraídas a partir das avaliações dos resultados apresentados.

#### 4.2. EQUIVALÊNCIA ENTRE OS ALGORITMOS FVLMS E OVLMS

Conforme mostra a EQ. 3.22, o algoritmo OVLMS possui a propriedade de manter o erro quadrático igual ao do FVLMS convencional, com ambos sob as mesmas condições. Ou seja, as propriedades de rapidez de convergência e de capacidade de acompanhamento do canal se mantêm, sendo portanto os algoritmos FVLMS e OVLMS equivalentes nesse aspecto. A FIG 4.1 ilustra essa propriedade. Adicionalmente, o OVLMS possui a vantagem de exigir menor esforço computacional, devido à diagonalização da matriz autocorrelação  $\mathbf{R}$ .



**FIG 4.1 – Comparação entre os algoritmos FVLMS e OVLMS quanto ao erro quadrático médio, tendo os dois algoritmos os mesmos valores de parâmetros e sob as mesmas condições do canal (no caso,  $N=11$ ,  $P=5$ ,  $K=2$ ,  $L=5$ ,  $\mu=0.2$  e  $J=2$ ;  $E_b/N_0=40\text{dB}$ ,  $\mu=5T/8$  e  $f_dT=1E-4$ ).**

#### 4.3. SENSIBILIDADE DOS ALGORITMOS FVLMS ÀS VARIAÇÕES DE SEUS PARÂMETROS

O desempenho do algoritmo FVLMS é estabelecido através dos parâmetros relacionados na TAB 4.1. Essa seção procura avaliar o desempenho deste algoritmo em função da escolha dos valores de cada um desses parâmetros, dependendo das características do canal, através dos resultados de erro quadrático médio. A partir dessa avaliação, são enunciados alguns critérios para se escolher de forma adequada esses valores.

**TAB 4.1 – Parâmetros dos algoritmos FVLMS.**

Símbolo	Descrição
L	Quantidade de coeficientes do filtro adaptativo
N	Duração da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção
K	Quantidade de amostras processadas por intervalo entre símbolos
J	Retardo máximo admitido
P	Instante inicial do truncamento da resposta ao impulso conjunta dos filtros
$\mu$	Fator de esquecimento

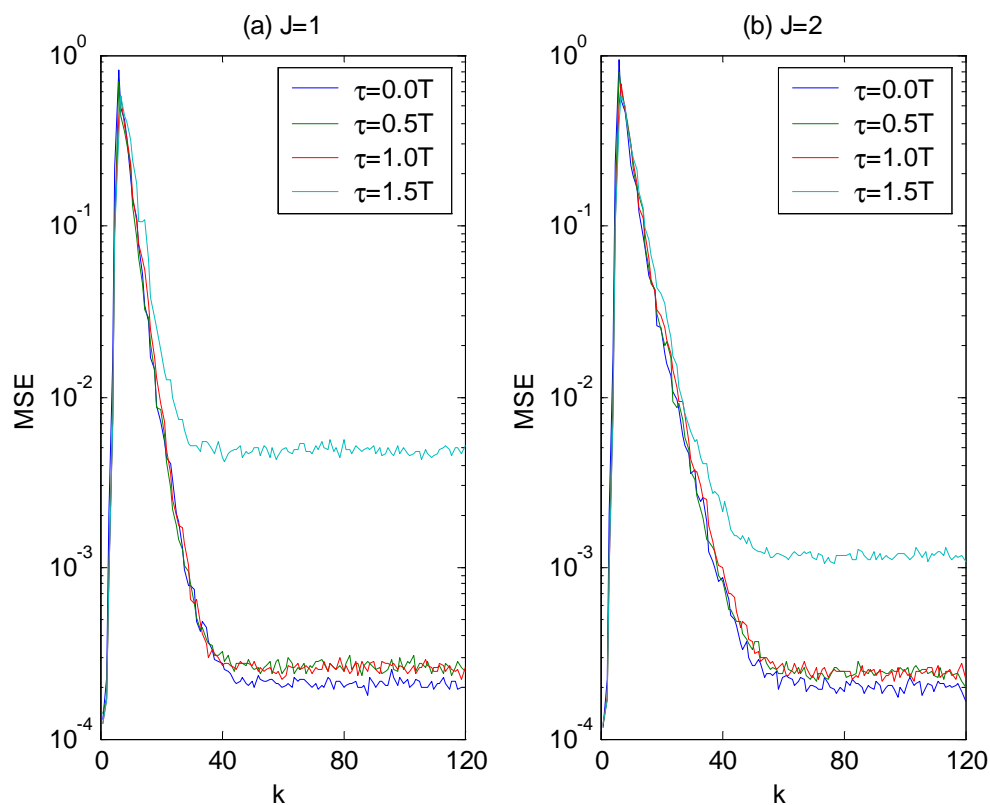
Em todas as simulações, considerou-se filtros do tipo raiz quadrada de cosseno levantado tanto no transmissor quanto no receptor (com fator de rolloff  $\alpha=0.35$ ), modulação PSK-4, relação sinal-ruído  $E_b/N_0$  na entrada do receptor igual a 40dB,  $f_d T=1e-4$  e sincronismo de relógio perfeito no receptor, exceto quando indicado explicitamente.

#### 4.3.1. ESCOLHA DO RETARDO MÁXIMO ADMITIDO (J)

Os parâmetros J e L determinam conjuntamente como o filtro adaptativo “enxerga” o canal radiomóvel. Observando-se as EQ. 2.15, 2.16 e 2.17, cada i-ésimo coeficiente do filtro pode ser interpretado como sendo responsável pela estimação do ganho introduzido pelo i-ésimo raio num modelo de canal de L raios. Os raios são defasados entre si de  $J/(L-1)$  intervalos entre símbolos, sendo portanto o retardo máximo admitido igual a J intervalos entre símbolos. Enfim, o canal é modelado como L raios discretos igualmente espaçados no tempo, com o retardo entre o primeiro e o último raio igual a J.

As FIG 4.2.a e 4.2.b mostram diversas curvas de aprendizagem para diferentes valores de retardo do segundo raio, mas com todas mantendo constantes os seguintes valores de parâmetros:  $L=5$ ,  $N=11$ ,  $P=5$ ,  $K=2$ ,  $\mu=0.1$ . A diferença entre essas duas figuras é que na FIG 4.1.a tem-se  $J=1$ , enquanto que na FIG 4.1.b tem-se  $J=2$ . Comparando essas duas figuras, nota-se uma degradação de desempenho quando  $J=1$  e o retardo do segundo raio é superior a  $1T$  ( $\tau=1.5T$  e  $\tau=2.0T$ ). Isso demonstra a importância de se escolher o valor do parâmetro J de acordo com o máximo retardo entre raios observado no canal. Tal degradação acontece

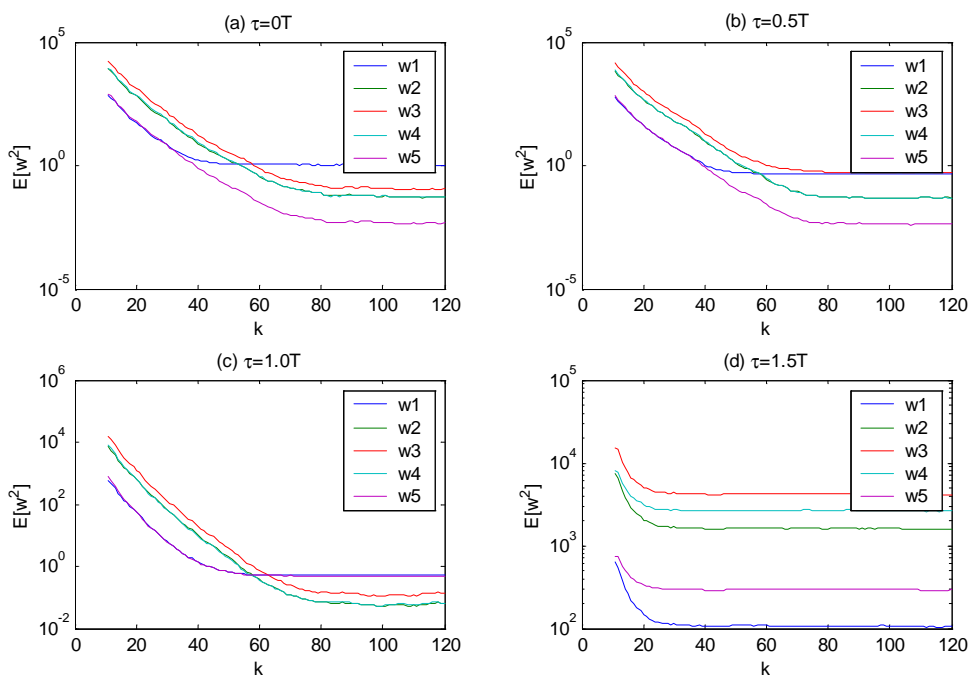
porque, como já foi visto, cada uma das  $L$  linhas da matriz  $H_{i/K}$  corresponde a um raio com retardo fixo e cujo valor é limitado a  $J$  intervalos entre símbolos; como nesse caso o retardo de segundo raio  $\tau$  é superior ao retardo máximo admitido  $J$ , então o algoritmo tem de suprir a deficiência de não haver uma linha da matriz  $H_{i/K}$  correspondente a este valor de  $\tau$  através da combinação linear das demais linhas da matriz. Contudo, como os coeficientes referentes à estimação do canal são atualizados símbolo-a-símbolo, então o algoritmo tem de manter a mesma combinação linear entre as linhas – ou seja, os mesmos coeficientes do filtro – para as diferentes matrizes  $H_{i/K}$ , com  $i=0,1,\dots,K-1$ , durante todo o intervalo entre símbolos, o que é algebricamente impossível.



**FIG 4.2 – Curvas de aprendizagem obtidas para diferentes valores do retardo do segundo raio: (a)  $J=1T$  e (b)  $J=2T$ .**

As FIG 4.3.a-d mostram o valor quadrático médio de cada um dos coeficientes  $w_i^k$ ,  $i=1,2,\dots,5$  ( $L=5$ ) do filtro adaptativo, correspondentes à estimação do canal  $\mathbf{W}_k$ , para o caso da simulação ilustrada na da FIG 4.2.a, com  $J=1$ . Nota-se que para o caso em que  $\tau=0$  (FIG

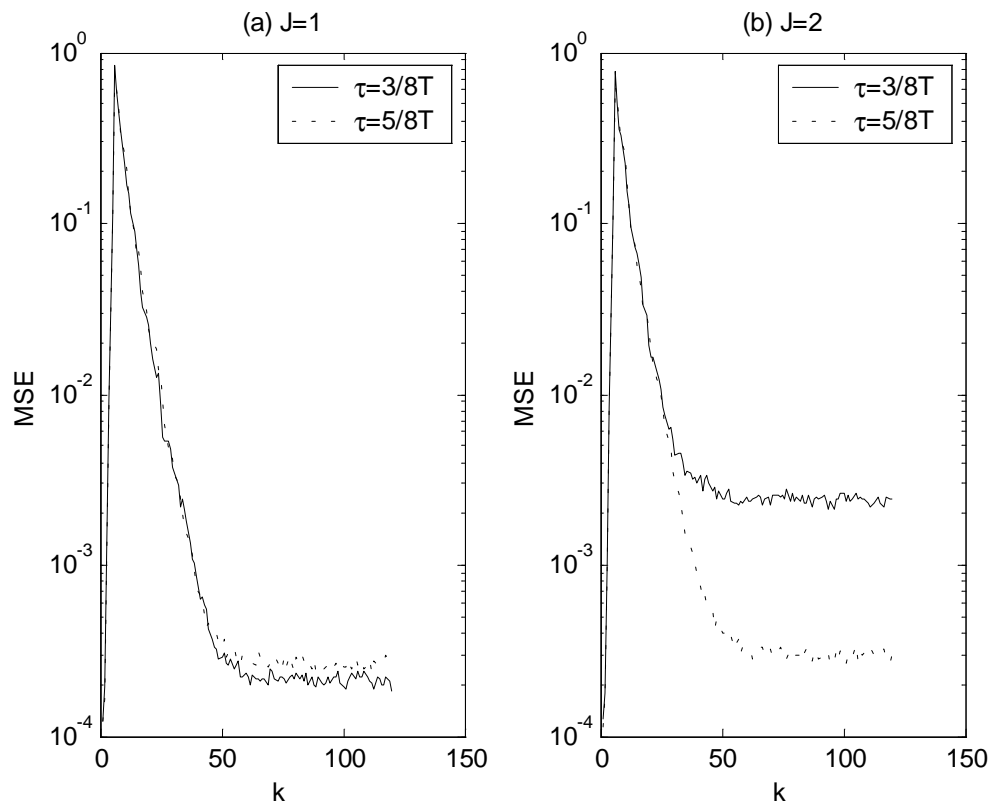
4.3.a), apenas o primeiro coeficiente ( $w_1$ ) possui média quadrática significativa, enquanto os outros têm médias próximas de zero, por se tratar de canal plano (com um único raio). Para o caso em que  $\tau=0.5T$ , igual a  $2JT/(L-1)$  (FIG 4.3.b), apenas o primeiro e o terceiro coeficientes possuem valores significativos. Para o caso em que  $\tau=1.0T$ , igual a  $4JT/(L-1)$  (FIG 4.3.c), apenas o primeiro e o quarto coeficientes possuem valores significativos. Já para o caso em que  $\tau=1.5T$ , ou seja, acima de  $J=1T$  (FIG 4.3.d), nota-se uma degradação no desempenho do algoritmo, e os coeficientes do filtro aparentemente não mais representam estimativas adequadas aos pesos dos raios, assumindo valores altos.



**FIG 4.3.a-d –Valor quadrático médio dos elementos de  $W_k=[w_1 w_2 w_3 w_4 w_5]^T$  para simulação de aprendizagem do algoritmo FVLMS, com os seguintes parâmetros:  $J=1$ ,  $L=5$ ,  $N=11$ ,  $P=5$ ,  $K=2$ ,  $\mu=0.1$ ,  $E_b/N_0=40\text{dB}$  e  $fdT=2.7E-4$ : (a)  $\tau=0$ ; (b)  $\tau=0.5$ ; (c)  $\tau=1$ ; (d)  $\tau=1.5$ .**

Observando as FIG 4.2.a e 4.2.b, aparentemente basta aumentar o valor de  $J$  (de 1 para 2) para se conseguir um bom desempenho com retardos de segundo raio mais elevados (acima de  $1T$ ), sem comprometer o desempenho para retardos baixos (menor ou igual a  $1T$ ). Isso no entanto ocorre porque, nesse exemplo em particular, tanto para  $J=1$  quanto para  $J=2$ , os valores do retardo de segundo raio são múltiplos do espaçamento entre raios admitido pelo

filtro adaptativo, que é de  $JT/(L-1)$ . As FIG 4.4.a e 4.4.b ilustram o desempenho quando o retardo entre raios não é múltiplo desse valor. No caso, tem-se:  $L=4$ ,  $N=11$ ,  $P=5$ ,  $K=2$ ,  $\mu=0.1$  e os valores do retardo do retardo de segundo raio são  $3T/8$  e  $5T/8$ , ambos menores que  $1T$ . Nota-se então que o filtro com  $J=1T$  (FIG 4.4.a) mantém o desempenho, enquanto que há uma ligeira degradação de desempenho para o filtro com  $J=2T$  (FIG 4.4.b).



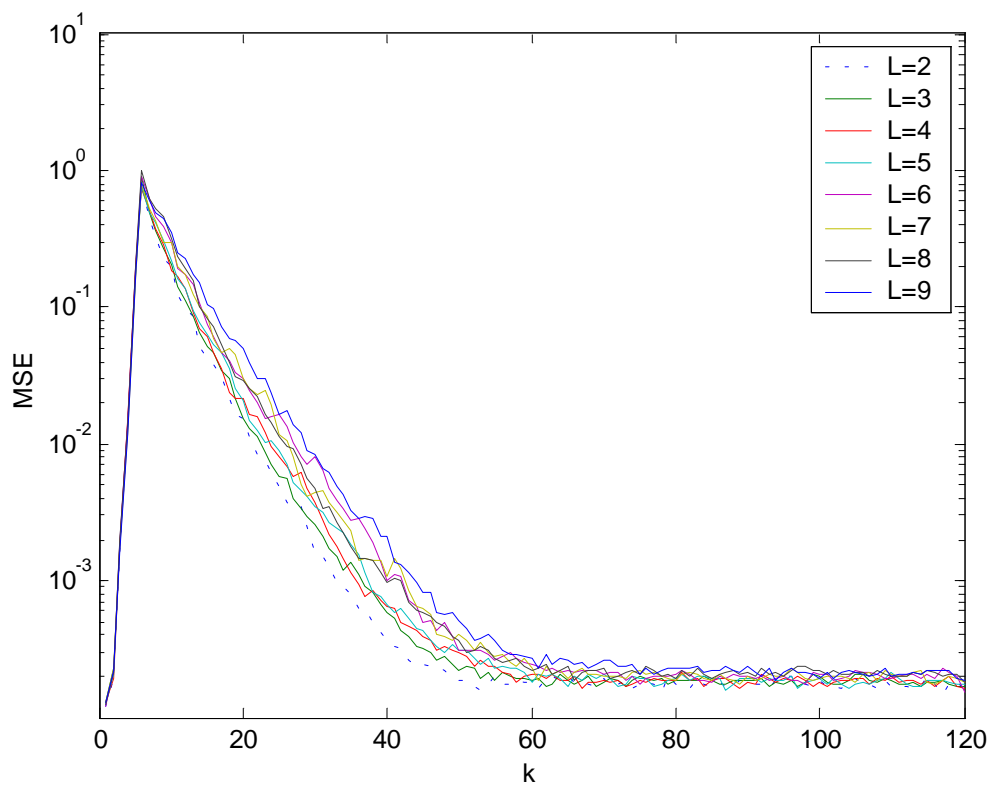
**FIG 4.4.a-b – Desempenho do FVLMS para retardo entre raios não-múltiplo de  $J/(L-1)$ :  
(a)  $J=1$  e  $L=4$ ; (b)  $J=2$  e  $L=4$ .**

#### 4.3.2. ESCOLHA DO NÚMERO DE COEFICIENTES DO FILTRO ADAPTATIVO (L)

A FIG 4.5 mostra o desempenho do algoritmo FVLMS com o número de coeficientes do filtro  $L$  variando de 2 até 9, tendo para os demais parâmetros os seguintes valores:  $J=2$ ,  $\tau=0.75T$ ,  $N=11$ ,  $P=5$ ,  $K=2$  e  $\mu=0.1$ . Fica evidente que o algoritmo FVLMS apresenta rápida

convergência para o caso em que  $L=4$ , mas também apresenta um alto valor de erro quadrático médio após a convergência.

Nota-se também que, para o caso em que  $L=5$ , o FVLMS converge para um valor de erro quadrático médio baixo rapidamente, após aproximadamente quarenta símbolos apenas. Para valores de  $L$  menores que 4, o desempenho do algoritmo fica prejudicado, pois assim a razão  $L/J$  passa a ser menor ou próxima de  $(1+\alpha)=1.35$ , conforme exposto na seção 3.3.3. Para valores de  $L$  acima de 5, o desempenho do algoritmo fica prejudicado devido ao mau condicionamento da matriz autocorrelação  $\mathbf{R}$ , caracterizado por um valor alto da razão entre o maior autovalor  $\lambda_{\max}$  e o menor autovalor  $\lambda_{\min}$  da matriz  $\mathbf{R}$ .



**FIG 4.5 – Curvas de aprendizagem para diferentes valores de  $L$ , sendo o retardo de segundo raio igual a  $0,75T$  e o parâmetro  $J$  igual a 2.**

Enfim, quanto maior o valor de  $L$ , pior o condicionamento da matriz  $\mathbf{R}$  e maior o grau de liberdade dos coeficientes do filtro adaptativo. Com isso, o algoritmo tem sua capacidade de acompanhar as variações do canal reduzida e, conseqüentemente, seu desempenho prejudicado. Por outro lado, se o valor de  $L$  pequeno de maneira que a razão  $J/(L-1)$  seja

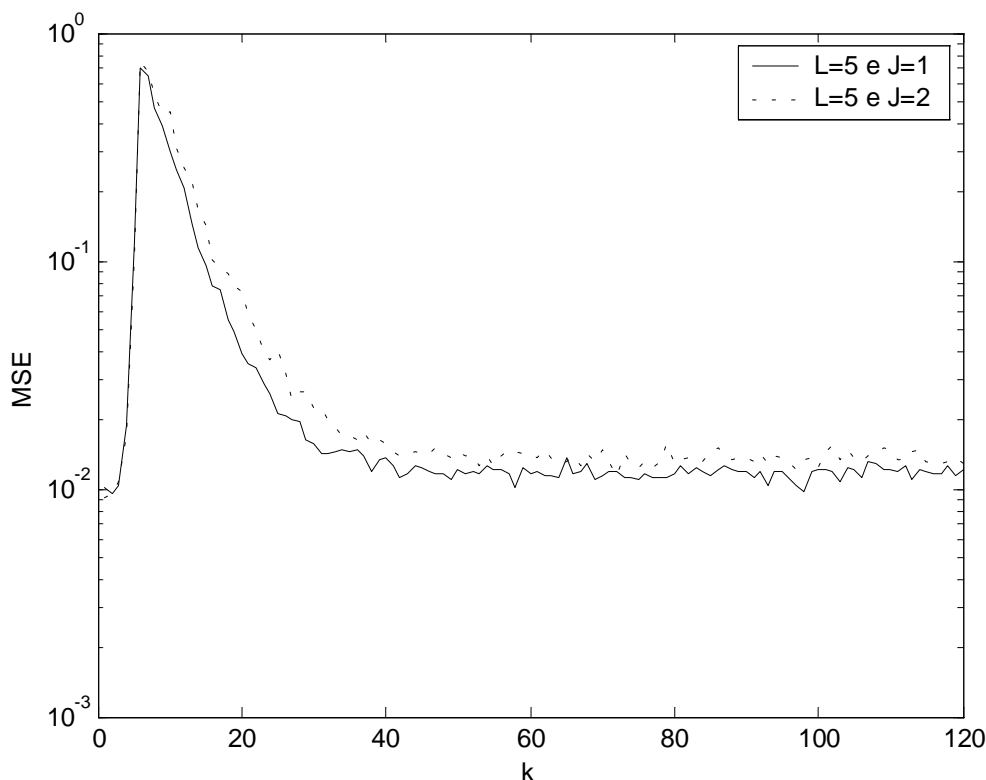
muito grande, o algoritmo também não apresentará bom desempenho, por haver poucos coeficientes para cobrir um retardo J grande (baixa resolução do modelo do canal).

A TAB 4.2 apresenta o condicionamento da matriz  $\mathbf{R}$ , dada pela razão  $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ , em função dos parâmetros L e J para o caso em que o fator de decaimento dos filtros é  $\alpha=0.35$ . Observando a TAB 4.2, nota-se que o condicionamento de  $\mathbf{R}$  para o caso em que J=2 e L=9 é pior que para o caso em que J=1 e L=5, mesmo sendo a razão J/(L-1) igual a 0.25 em ambos os casos. A FIG 4.6 mostra o desempenho do algoritmo FVLMS nestes dois casos, para um retardo de segundo raio  $\tau=5T/8$ . Nota-se que ambas as curvas convergem para o mesmo valor de erro quadrático médio, mas com rapidez bem maior para o caso em que J=1 e L=5.

**TAB 4.2 – Condicionamento da matriz autocorrelação R em função de L e de J.**

N=11, P=5 e K=2			
L	J	J/(L-1)	Condicionamento ( $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ )
2	2	2	1.15
3	2	1	1.31
4	2	0.67	13.67
5	2	0.5	368
6	2	0.4	1.6E4
7	2	0.33	1.1E6
8	2	0.29	3.3E5
9	2	0.25	1.1E10
5	1	0.25	1.8E5
4	1	0.33	1.6E3





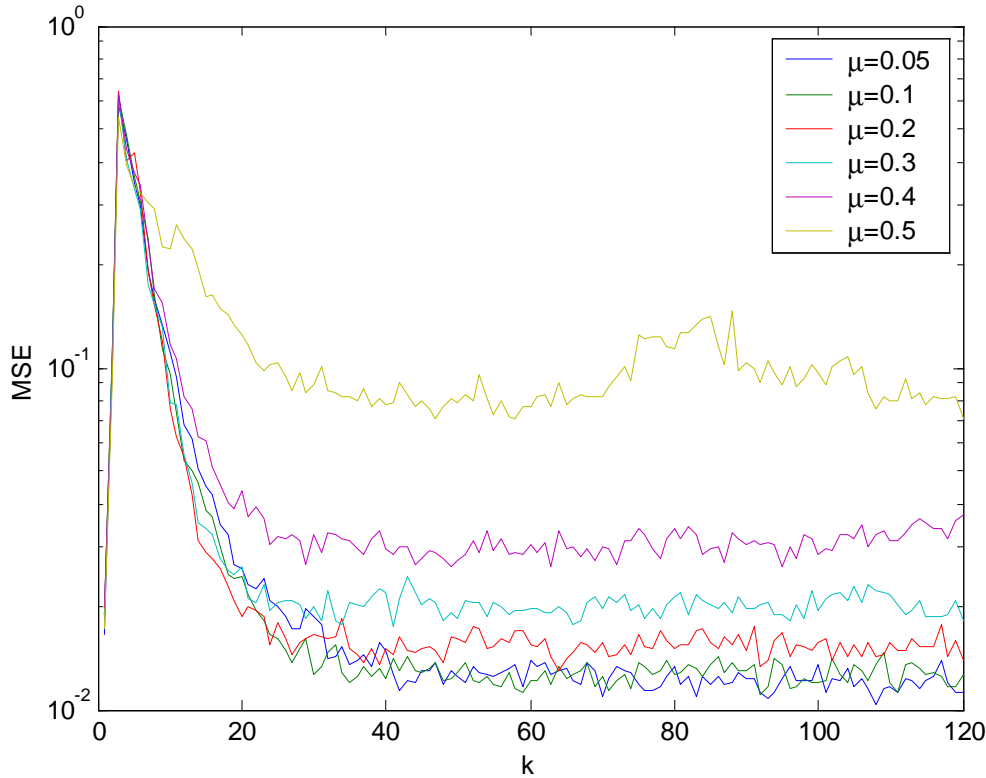
**FIG 4.6 – Curvas de aprendizagem mantendo-se a razão  $J/(L-1)$  constante ( $\tau=5/8T$ ).**

#### 4.3.3. ESCOLHA DO FATOR DE ESQUECIMENTO ( $\mu$ )

O fator de esquecimento  $\mu$  é um parâmetro inserido nas equações do algoritmo FVLMS com a finalidade de se obter uma expressão iterativa de adaptação dos coeficientes do filtro e que leve em conta o grau de variabilidade do canal. Quanto maior for o tempo de coerência do canal, maior será o grau de correlação entre duas amostras da resposta ao impulso em instantes distintos; neste caso, é mais adequada a adoção de um valor mais baixo para o fator de esquecimento. Por outro lado, quanto menor for o tempo de coerência, valores mais altos para o fator de esquecimento serão mais adequados.

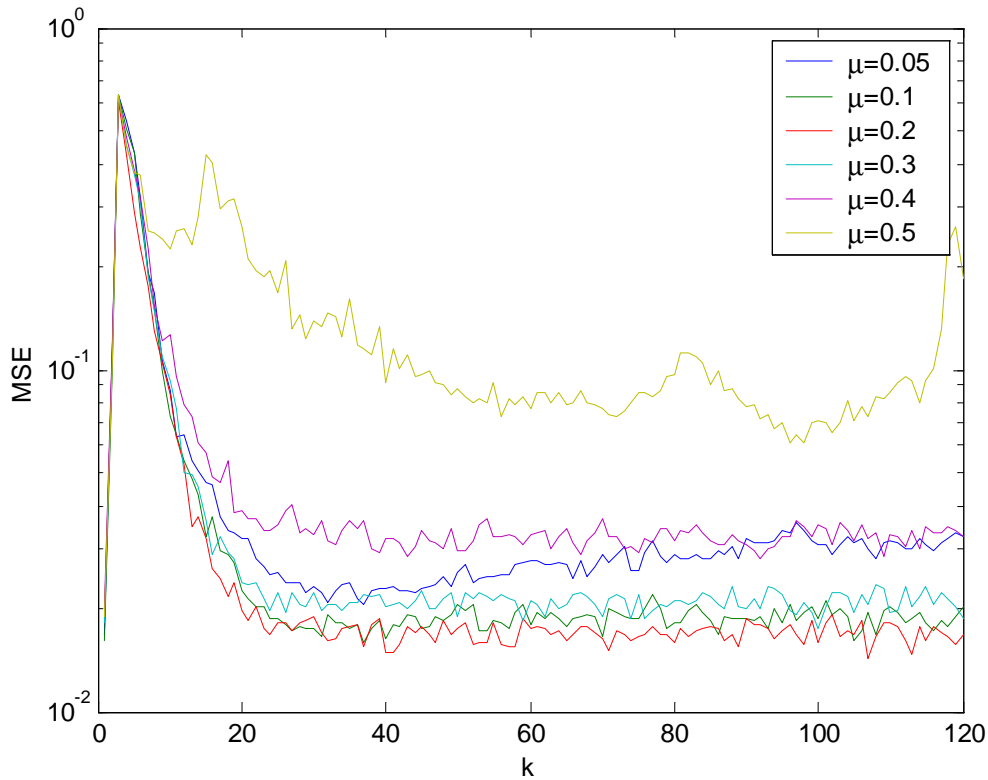
Portanto, parece razoável estabelecer o valor do fator de esquecimento  $\mu$  como sendo diretamente proporcional à frequência Doppler normalizada  $f_d T$ , pois quanto maior for  $f_d T$ , mais rápido será o desvanescimento por multipercursos. Para avaliar esta conjectura, foram feitos testes com valores de  $f_d T$  iguais a  $2.7E-4$  e  $1.7E-3$ , e com valores de

$\mu \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$ , combinando-os dois a dois. As curvas de aprendizagem assim obtidas são mostradas nas FIG 4.7 e 4.8.



**FIG 4.7 – Curvas de aprendizagem para diversos valores do fator de esquecimento  $\mu$ ,  $f_d T = 2.7E-4$ ,  $\tau = 5/8T$ ,  $E_b/N_0 = 20\text{dB}$ ,  $N = 9$ ,  $P = 2$ ,  $L = 5$ ,  $K = 2$  e  $J = 1$ .**

Para o caso em que  $f_d T = 2.7E-4$ , pode ser observado na FIG 4.7 que quando  $\mu$  assume valores baixos ( $\mu = 0.05$  e  $\mu = 0.1$ ), o erro quadrático médio converge para seu menor patamar. A partir de valores de  $\mu = 0.2$ , o patamar aumenta com o aumento do valor de  $\mu$ . Valores de  $\mu$  a partir de 0.5 tornam o algoritmo instável. Diversos outros testes foram feitos mantendo-se o valor de  $f_d T$  igual a  $2.7E-4$ , mas variando os valores dos outros parâmetros, principalmente de  $\tau$ ,  $P$  e da razão sinal-ruído. Em todos os casos, o comportamento do FVLMS (e do OVLMS) em função do valor de  $\mu$  mostrou-se insensível à mudança desses outros parâmetros, e o desempenho mostrou-se sempre melhor para valores contidos entre 0.1 e 0.2.



**FIG 4.8 – Curvas de aprendizagem para diversos valores do fator de esquecimento  $\mu$ ,  $f_d T=1.7E-3$ ,  $\tau=5/8T$ ,  $E_b/N_0=20dB$ ,  $N=9$ ,  $P=2$ ,  $L=5$ ,  $K=2$  e  $J=1$ .**

Para o caso em que  $f_d T=1.7E-3$ , pode ser observado na FIG 4.8 que quando  $\mu$  é igual a 0.05, o algoritmo FVLMS perde sua capacidade de acompanhamento. Quando  $\mu$  assume valores contidos no intervalo entre 0.2 e 0.3, o erro quadrático médio converge para seu menor patamar. A partir de valores de  $\mu=0.3$ , o patamar aumenta com o aumento do valor de  $\mu$ . Valores de  $\mu$  a partir de 0.5 tornam o algoritmo instável. Assim como no caso anterior ( $f_d T=2.7E-4$ ), diversos outros testes foram feitos mantendo-se o valor de  $f_d T$  igual a  $1.7E-3$ , mas variando os valores dos outros parâmetros, principalmente de  $\tau$ ,  $P$  e da razão sinal-ruído. Em todos os casos, o comportamento do algoritmo FVLMS (e do OVLMS) em função do valor de  $\mu$  mostrou-se insensível à mudança dos outros parâmetros, e o desempenho mostrou-se sempre melhor para valores contidos entre 0.2 e 0.3.

Outros testes, com o valor da frequência Doppler normalizada variando de zero até  $5E-3$  foram realizados. Foi observado que, para valores de  $f_d T$  baixos (da ordem de  $10^{-4}$  ou abaixo), o valor ideal de  $\mu$  fica em torno de 0.1; para valores mais altos (da ordem de  $10^{-3}$ ), o valor ideal de  $\mu$  fica em torno de 0.2, não ultrapassando 0.3.

A TAB 4.3 relaciona a melhor faixa de valores do fator de esquecimento para cada uma das frequências Doppler normalizadas testadas. Em todos os casos, o valor de erro quadrático médio após a convergência aumenta com o aumento de  $f_d T$ . Foi verificado também que, para valores de  $\mu$  acima de 0.5, o algoritmo torna-se instável, qualquer que seja o valor de  $f_d T$ .

**TAB 4.3 – Valores ótimos de  $\mu$  em função de  $f_d T$ .**

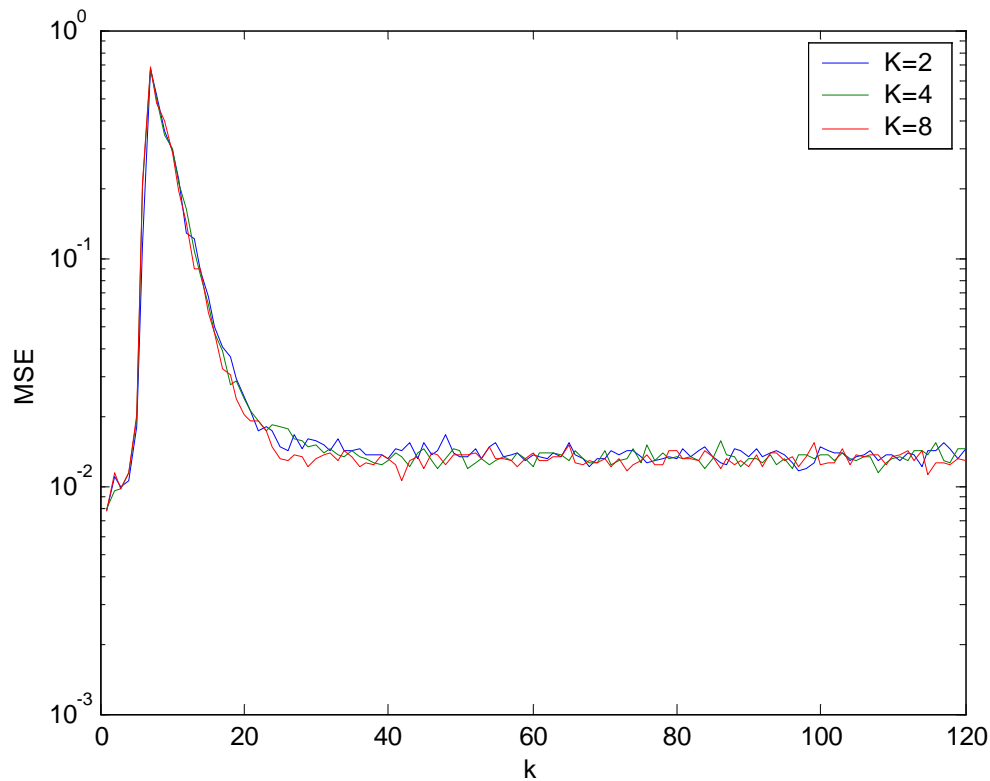
$f_d T$	$\mu$
próximos de zero	abaixo de 0.1
da ordem de $10^{-4}$	entre 0.1 e 0.2
da ordem de $10^{-3}$	entre 0.2 e 0.3

#### 4.3.4. ESCOLHA DA TAXA DE AMOSTRAGEM (K)

As FIG 4.9.a e 4.9.b mostram os resultados obtidos testando-se o parâmetro K para os valores 2, 4 e 8 e fixando-se o valor do parâmetro L em 5 e 9, respectivamente. Ambas as figuras foram obtidas para os seguintes valores dos parâmetros:  $N=11$ ,  $P=5$ ,  $J=2$ ,  $\mu=0.2$ ,  $f_d T=1E-4$ ,  $E_b/N_0=40dB$  e  $\tau=1.25T$ .

A FIG 4.9.a, para o caso em que  $L=5$ , mostra que aumentando-se K acima de 2 não se obtém nenhum benefício no desempenho do algoritmo FVLMS, em relação ao erro quadrático médio. Isto pode ser explicado pelo fato do algoritmo FVLMS se valer da hipótese de que o ruído na saída do filtro de recepção seja branco, o que não condiz com a realidade. Mais adiante, será mostrado que o algoritmo WFVLMS com  $K=2$  possui desempenho igual ao algoritmo FVLMS, mas quando  $K=4$ , o desempenho do algoritmo WFVLMS é superior. Isso corrobora essa explicação para esse fato; convém lembrar que o algoritmo WFVLMS é uma reformulação do algoritmo FVLMS, relacionando as amostras referentes a um mesmo símbolo através de um modelo autoregressivo.

De forma antagônica, no caso em que  $L=9$ , mostrado na FIG 4.9.b, aumentando-se o valor de K de 2 para 4, observa-se uma pequena melhoria na rapidez de convergência, mas aumentando-se K ainda mais não se obtém nenhum benefício adicional. Isso pode ser explicado pelo fato de, ao se diminuir a razão  $J/L$  e mantendo  $K=2$ , o condicionamento da matriz autocorrelação  $\Lambda$  piorou; para  $K=4$  e  $K=8$ , o condicionamento melhora.



**FIG 4.9.a-b – Curvas de aprendizagem para K valendo 2,4 e 8: (a) L=5; (b) L=9.**

Para valores de L menores ou iguais a 7, não houve melhoria de desempenho perceptível com o aumento do parâmetro K.

#### 4.3.5. ESCOLHA DOS PARÂMETROS P E N PARA TRUNCAMENTO DA RESPOSTA AO IMPULSO CONJUNTA DOS FILTROS DE TRANSMISSÃO E DE RECEPÇÃO

A escolha do número de colunas N das matrizes  $\mathbf{H}_{i/K}$  ( $i=0,\dots,K-1$ ) depende da duração da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção  $h(t)$ , conforme mostram as EQ. 2.15 e 2.16. Caso esta resposta ao impulso conjunta seja um pulso do tipo cosseno levantado, quanto maior for fator de rolloff  $\alpha$ , mais rápido será o seu decaimento com o tempo, necessitando assim de uma menor quantidade de símbolos N para reconstrução de cada amostra do sinal transmitido.

Seja  $h(t/T)$  a função cosseno levantado, conforme definida na EQ. 2.1, e que os coeficientes da matriz  $\mathbf{H}_{i/K}$  sejam dados por

$$h_k = h(kT - P) \quad (4.2)$$

A FIG 4.10 ilustra o caso em que  $N=10$ ,  $P=4.5$  e  $J=2.8$ , com o fator de rolloff de  $h(t/T)$   $\alpha=0.35$ . Nela, os pontos representados pelos quadrados referem-se aos elementos da primeira linha da matriz  $\mathbf{H}_0$  ( $\mathbf{H}_{i/K}$ ,  $i=0$ ), enquanto que os pontos representados pelos círculos referem-se aos elementos da última linha de  $\mathbf{H}_0$ . Observando a FIG 4.10, nota-se que os elementos da primeira linha de  $\mathbf{H}_0$ , referente ao raio principal, cobrem a região de maior energia do pulso, o que possibilita uma reconstituição mais fiel do sinal que alcança o receptor com retardo nulo; porém, os elementos de sua última linha, referente a um raio secundário com retardo  $\tau=J$ , deixam de cobrir uma seção significativa do pulso (parte realçada pela elipse). Portanto, é de se esperar, nesse caso, que o desempenho do algoritmo seja inferior para o caso em que  $\tau=J$  que para o caso em que  $\tau=0$ .

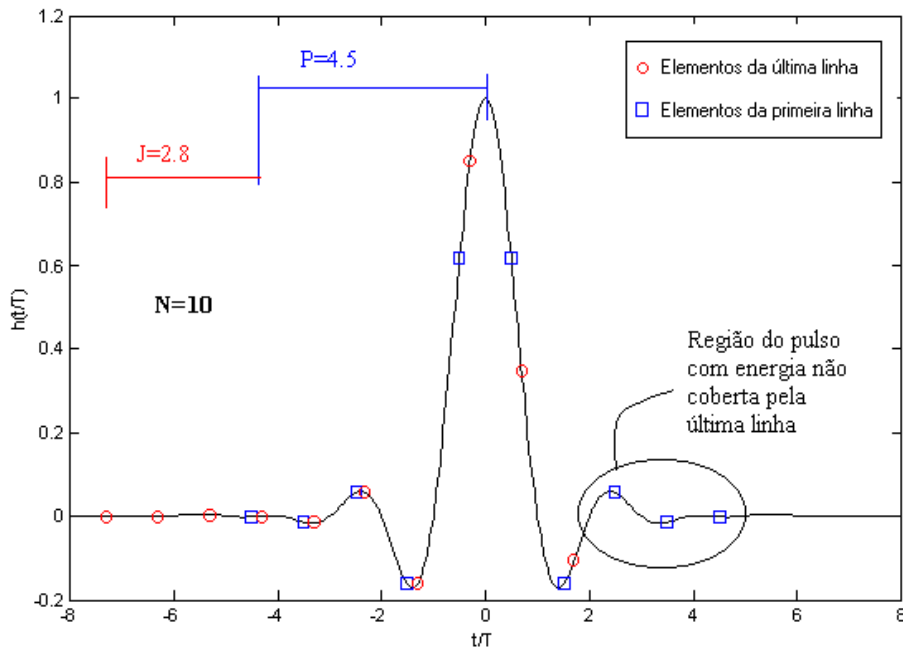
Supondo que a forma do pulso básico  $g(t)$  seja uma aproximação da função raiz de cosseno levantado, dada por um filtro com resposta ao impulso finita (FIR), e que esse pulso seja simétrico e tenha duração  $L_g$ , então o instante inicial de amostragem  $t_0$  usado nas simulações é dado por

$$t_0 = (L_g - P)T \quad (4.3)$$

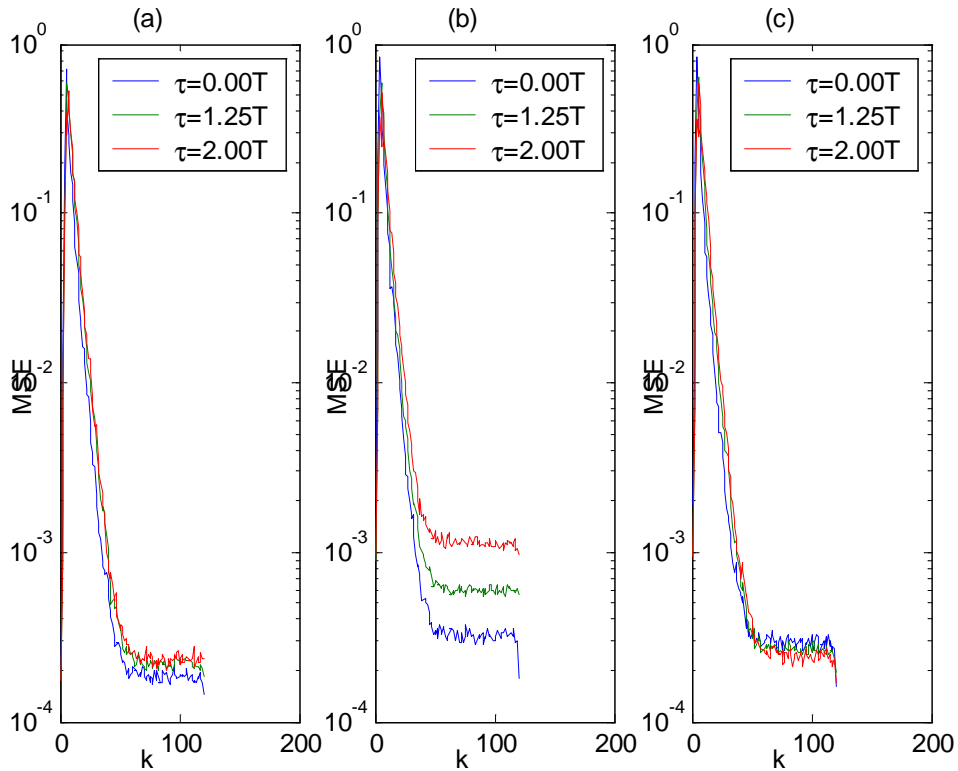
Outro fato interessante é que, devido a essa escolha em particular dos valores dos parâmetros  $P$ ,  $N$  e  $J$ , o truncamento do pulso referente à primeira linha da matriz dá-se de forma simétrica, enquanto que o truncamento referente às demais linhas dá-se de forma assimétrica.

As FIG 4.11.a-c mostram as variações no desempenho do algoritmo em função de diversos valores do retardo de 2º raio  $\tau$ , mantendo  $J=2$  e variando os valores dos parâmetros  $P$  e  $N$ . Na FIG 4.11.a, o pulso é truncado de maneira simétrica para o raio principal, com  $N=9$  e  $P=4$ . Nela, percebe-se um melhor desempenho perante canal plano ( $\tau=0$ ). Na FIG 4.11.b, o pulso é truncado também de maneira simétrica para o raio principal, com  $N=7$  e  $P=3$ , mas cobrindo uma região menor do mesmo. Nela, o desempenho do algoritmo em termos

absolutos piorou para todos os valores de  $\tau$  testados, mas o desempenho para canal plano, em termos relativos, continuou melhor. Na FIG 4.11.c, a cobertura do pulso estendeu-se em dois intervalos entre símbolos em relação ao caso da FIG 4.11.b, pois P foi mantido igual a 3 mas N passou a valer 9 ao invés de 7. Procedendo dessa forma, o algoritmo manteve praticamente o mesmo desempenho para todos os valores de  $\tau$  testados, ao contrário do que mostra a FIG 4.11.b.



**FIG 4.10 – Truncamento do pulso coseno levantado ( $\alpha=0.35$ ) para os seguintes valores de parâmetros:  $N=10$ ,  $P=4.5$  e  $J=2.8$ .**



**FIG 4.11.a-c – Curvas de aprendizagem para diversos valores de P e N, mantendo J=2:**  
**(a) P=4 e N=9; (b) P=3 e N=7; (c) P=3 e N=9.**

É interessante que o valor de N seja o menor possível, assim desonerando o receptor de grande volume de memória não-volátil. Ao mesmo tempo, é desejável que o algoritmo FVLMS mantenha seu desempenho em toda a faixa de valores de retardo de 2º raio de interesse, quer dizer, para retardos com valores até J.

Levando-se em conta os aspectos acima mencionados, o seguinte procedimento para a escolha dos valores dos parâmetros P e N é sugerido a seguir:

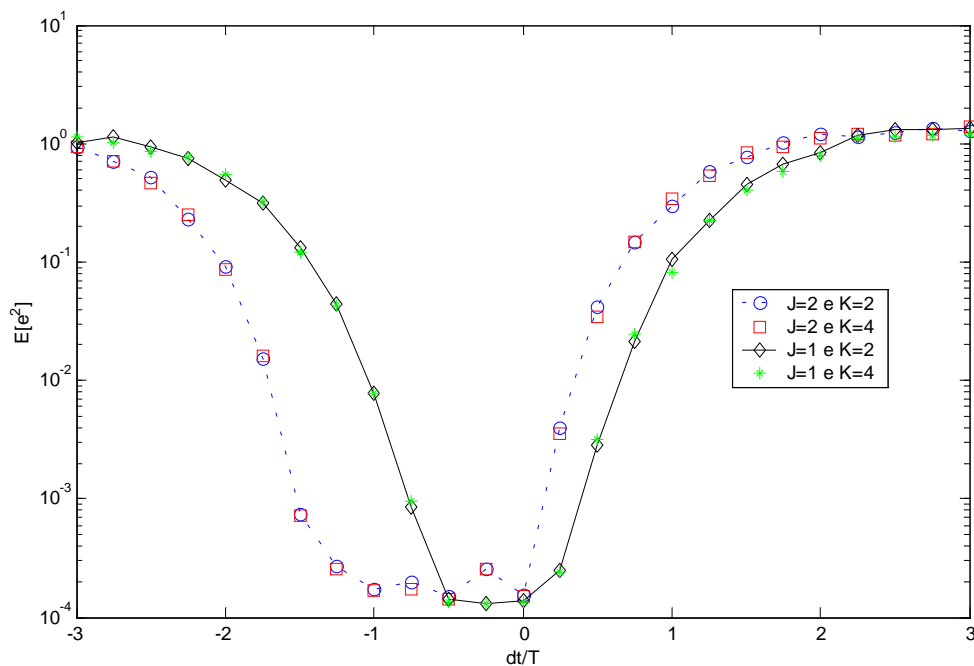
- Mantendo inicialmente a relação  $N=2P+1$ , determinar P de forma que o desempenho de erro quadrático médio do algoritmo FVLMS para canal plano ( $\tau=0$ ) atinja o valor arbitrado;
- Determinado P segundo o critério acima, fazer  $N=2P+1+J$ , a fim de que o algoritmo mantenha o desempenho para valores de retardo de segundo raio até J.



#### 4.3.6. AVALIAÇÃO DE ROBUSTEZ EM FUNÇÃO DE FALHAS DE SINCRONISMO

A FIG 4.12 ilustra a variação da média do erro quadrático ao longo de todo o quadro, em função do desvio do instante de amostragem em relação ao instante ótimo, devido a falhas de sincronismo, para os seguintes valores de parâmetros:  $P=5$ ,  $N=11$ ,  $E_b/N_0=40\text{dB}$ ,  $\tau=0.625T$  e  $f_dT=2E-4$  e  $\mu=0.2$ . Nela, a curva sólida corresponde a  $J=1$ , enquanto que a curva tracejada corresponde a  $J=2$ . Fica evidente que a robustez do algoritmo quanto a falhas de sincronismo – que se caracteriza pela capacidade de se manter um valor médio baixo para o erro quadrático, mesmo quando há alguma diferença entre o instante real e o instante ótimo de amostragem – depende diretamente do valor de  $J$ . Aliás, tanto para  $J=1$  quanto para  $J=2$ , é visto que o algoritmo FVLMS mantém o erro quadrático médio em níveis baixos por pelo menos um intervalo de  $J$  símbolos, com um ripple maior para o caso em que  $J=2$ .

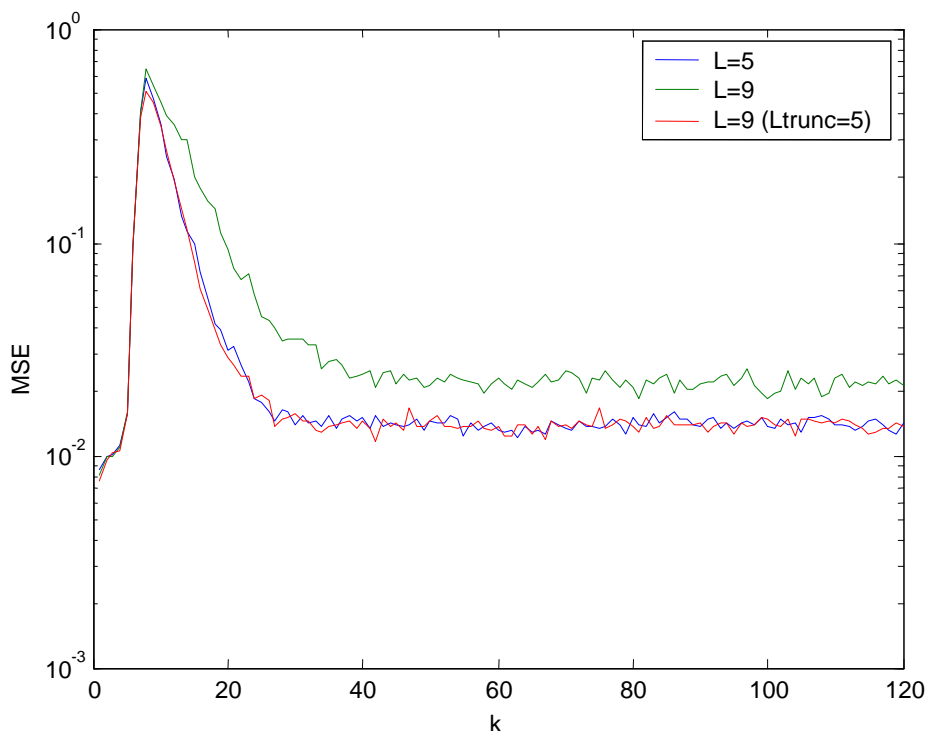
A FIG 4.12 também mostra que aparentemente a escolha do valor de  $K$  não exerce nenhuma influência na robustez do algoritmo quanto a falhas de sincronismo.



**FIG 4.12 – Variação da média do erro quadrático ao longo de todo o quadro em função do desvio do instante de amostragem ( $dt/T$ ), para diversos valores de  $J$  e  $K$ , tendo para os demais parâmetros:  $P=5$ ,  $N=11$ ,  $E_b/N_0=40\text{dB}$ ,  $\tau=0.625T$  e  $f_dT=2E-4$  e  $\mu=0.2$ .**

#### 4.4. EFEITO DO TRUNCAMENTO DA MATRIZ AUTOCORRELAÇÃO $\Lambda$

Uma vantagem do algoritmo OVLMS em relação ao algoritmo FVLMS convencional é a possibilidade de se truncar a matriz autocorrelação diagonalizada  $\Lambda$ , aproveitando apenas os autovalores significativos e assim obtendo uma matriz com melhor condicionamento (menor razão entre  $\lambda_{\max}$  e  $\lambda_{\min}$ ). A FIG 4.13 mostra diversas curvas de erro quadrático médio do algoritmo OVLMS para  $L=5$  e  $L=9$ , adotando os seguintes valores para os demais parâmetros:  $K=2$ ,  $N=11$ ,  $P=5$ ,  $J=2$ ,  $\mu=0.2$ ,  $E_b/N_0=40\text{dB}$ ,  $f_d T=1\text{E-}4$  e  $\tau=1.25T$ . Nela, nota-se que para o caso em que  $L=9$ , o desempenho do OVLMS é pior que para o caso em que  $L=5$ . Isso ocorre porque o condicionamento de  $\Lambda$  é pior no primeiro caso que no segundo. Contudo, no caso em que  $L=9$  e a matriz  $\Lambda$  é truncada usando-se apenas os cinco maiores autovalores ( $L_{\text{trunc}}=5$ ), o OVLMS passa a apresentar o mesmo desempenho que para o caso em que a matriz  $\Lambda$  não é truncada e  $L=5$ . Isso ocorre porque, em ambos os casos, o condicionamento da matriz fica praticamente inalterado (com o valor em torno de 3.7).



**FIG 4.13 – Curvas de aprendizagem do algoritmo OVLMS para  $L=5$ ,  $L=9$  e  $L_{\text{trunc}}=5$  ( $L=9$ ), tendo para os outros parâmetros:  $K=2$ ,  $N=11$ ,  $P=5$ ,  $J=2$ ,  $\mu=0.2$ ,  $E_b/N_0=40\text{dB}$ ,  $f_d T=1\text{E-}4$  e  $\tau=1.25T$ .**

#### 4.5. COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE OS ALGORITMOS FVLMS, LMS E RLS

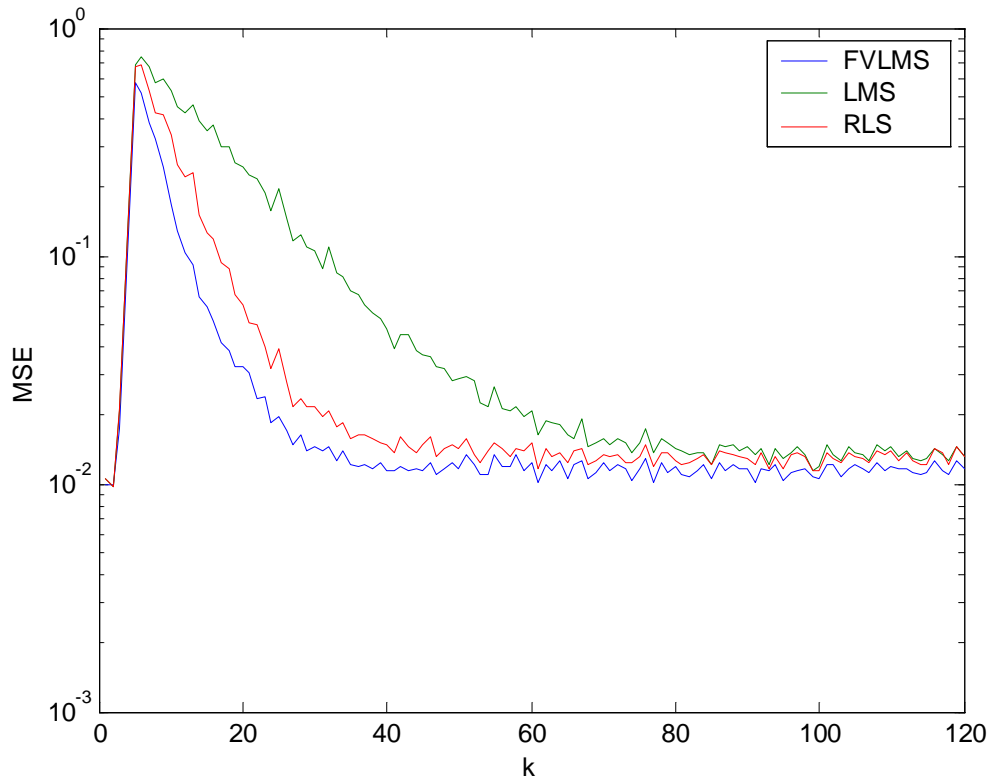
Nesta seção, é feita a comparação do desempenho dos algoritmos FVLMS (OVLMS), LMS e RLS. Para garantir o melhor desempenho de cada um dos algoritmos em função das condições de canal, foram realizados diversos testes preliminares para o ajuste dos passos e fatores de esquecimento. Em todos os testes, os primeiros doze símbolos foram fixados, formando a seguinte seqüência pseudo aleatória: {0,2,2,1,2,3,2,0,1,1,0,3}. Isso foi feito por dois motivos:

- Nos sistemas reais, as seqüências de treinamento são construídas garantindo-se propriedades pseudoaleatórias;
- Foi verificado que, ao se garantir as características pseudoaleatórias da seqüência em sua fase inicial, o algoritmo FVLMS passa a convergir (atingir seu patamar) na metade do tempo.

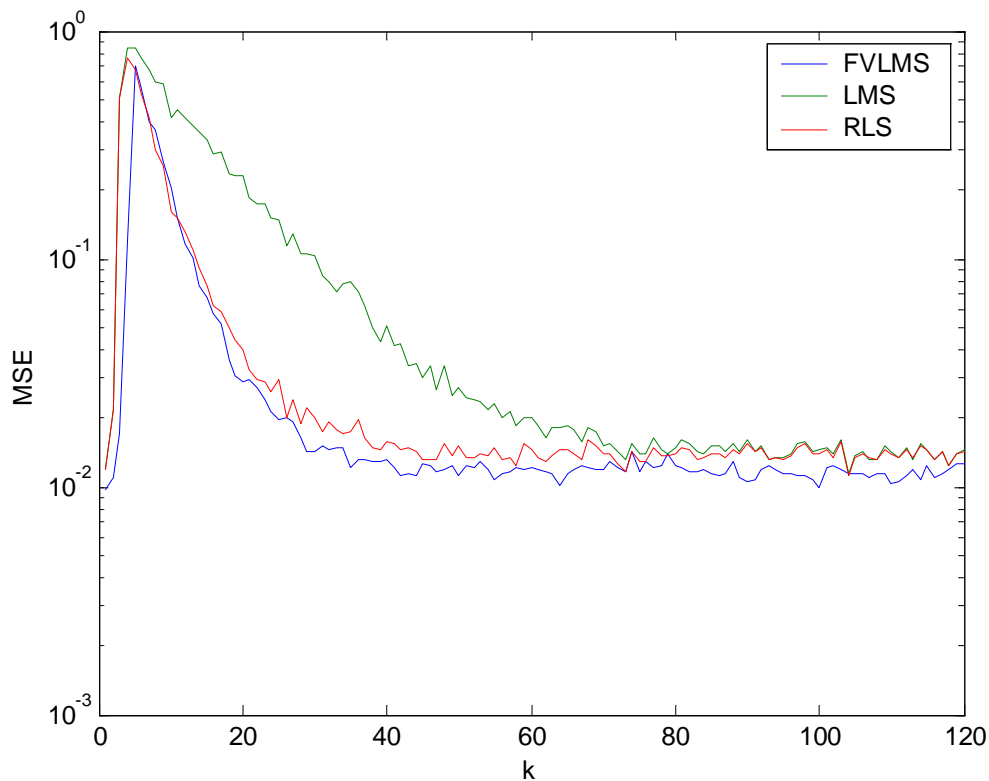
As figuras 4.14 a 4.17 mostram o desempenho destes algoritmos para  $fdT=2E-4$ , enquanto que as figuras 4.18 e 4.19 mostram o desempenho para  $fdT=2E-3$ , todas com  $E_b/N_0=20dB$ . Além disso, outros testes com outros valores de razão sinal-ruído, frequência Doppler normalizada e retardo entre raios foram feitos, com o algoritmo FVLMS apresentando sempre o melhor desempenho.

A figura 4.14 mostra o desempenho desses algoritmos para o caso em que  $E_b/N_0=20dB$ ,  $fdT=2E-4$  e  $\tau=0.625T$ . Foram fixados os seguintes parâmetros dos algoritmos: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$ ;  $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$ ,  $\mu=0.1$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.05$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.05$ . O algoritmo FVLMS apresenta o melhor desempenho, seguido de perto pelo algoritmo RLS. Porém, o algoritmo RLS requer muito maior esforço computacional que o algoritmo FVLMS, nesse caso em que  $L=9$ .

A figura 4.15 mostra o desempenho desses algoritmos sob as mesmas condições que as da figura 4.14, com a diferença de que o número de coeficientes dos algoritmos LMS e RLS passou de  $L=9$  para  $L=5$ , e de  $P=4$  para  $P=2.5$ . Nota-se que o desempenho dos algoritmos LMS e RLS cai, já que o número de intervalos entre símbolos cobertos por esses algoritmos diminui.

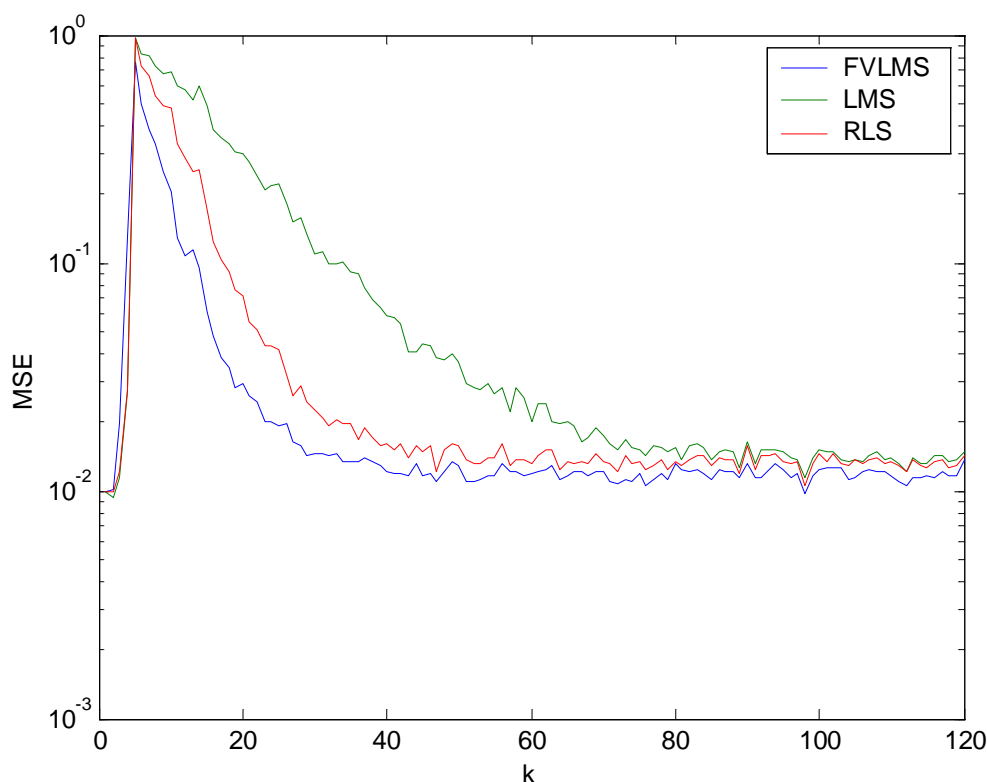


**FIG 4.14 – Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ,  $fdT=2E-4$ ,  $\tau=0.625T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$   $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$ ,  $\mu=0.1$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.05$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.05$ .**



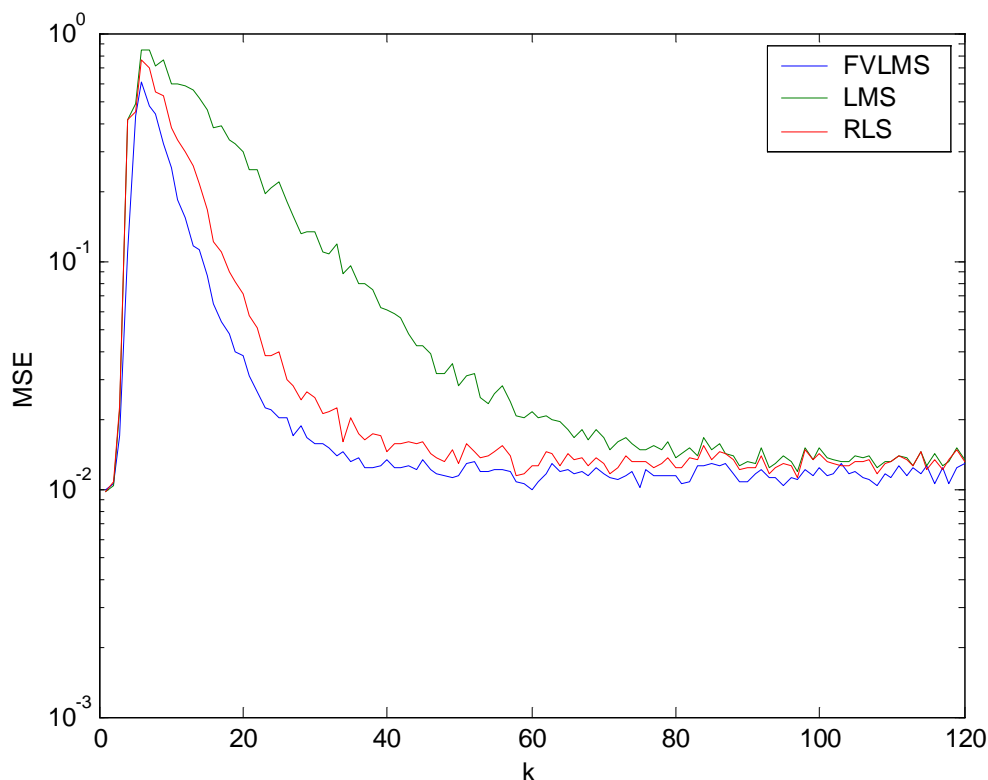
**FIG 4.15 – Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ,  $fdT=2E-4$ ,  $\tau=0.625T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$   $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$ ,  $\mu=0.1$ ; LMS:  $L=5$ ,  $P=2.5$  e  $p=0.05$ ; RLS:  $L=5$ ,  $P=2.5$  e  $\mu=0.05$ .**

A figura 4.16 mostra o desempenho para o caso em que  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ,  $fdT=2E-4$  e  $\tau=0.125T$ . Foram fixados os seguintes parâmetros dos algoritmos: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$ ;  $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$ ,  $\mu=0.1$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.05$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.05$ . Neste teste, o único parâmetro que difere em relação ao teste da figura 4.14 é  $\tau=0.125T$ . O desempenho dos algoritmos permaneceu idêntico ao mostrado na figura 4.14.



**FIG 4.16 – Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ,  $fdT=2E-4$ ,  $\tau=0.125T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$   $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$ ,  $\mu=0.1$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.05$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.05$ .**

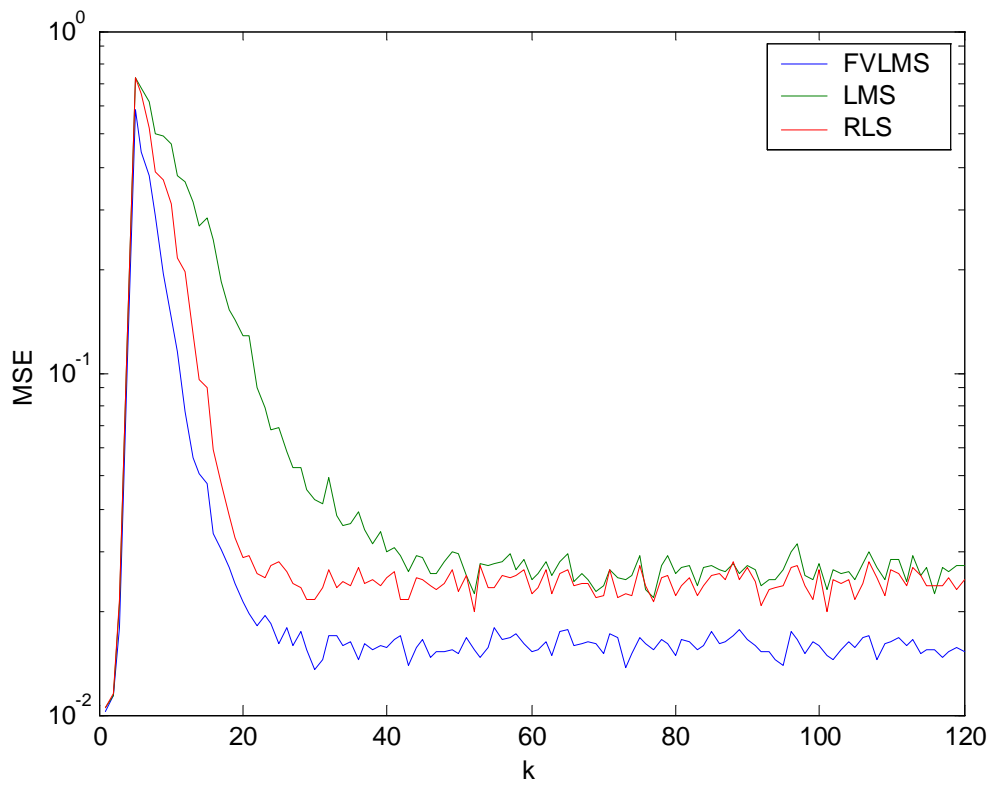
A figura 4.17 mostra o desempenho para o caso em que  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ,  $fdT=2E-4$  e  $\tau=1.5T$ . Foram fixados os seguintes parâmetros dos algoritmos: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$ ;  $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=2$ ,  $\mu=0.1$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.05$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.05$ . Ou seja, como o valor de  $\tau$  é maior que um intervalo entre símbolos, foi escolhido um valor para  $J$  também maior que um. Nota-se que, apesar do aumento de  $J$ , o algoritmo FVLMS ainda apresenta um melhor desempenho que dos algoritmos LMS e RLS.



**FIG 4.17 – Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ,  $fdT=2E-4$ ,  $\tau=1.5T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$   $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=2$ ,  $\mu=0.1$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.05$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.05$ .**

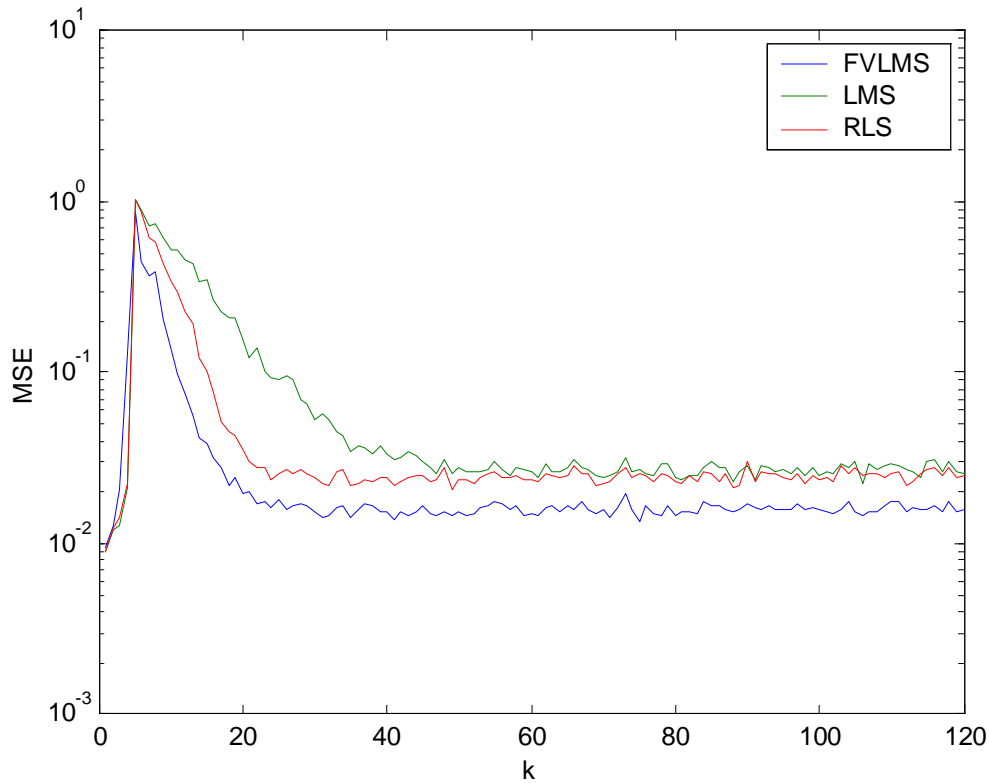
As duas figuras a seguir mostram o desempenho dos algoritmos com  $fdT=2E-3$  e  $E_b/N_0=20\text{dB}$ . Na figura 4.18,  $\tau=0.625T$ . Os valores adotados para os parâmetros foram: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$ ,  $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$  e  $\mu=0.2$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.1$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.15$ . Nela percebe-se que a diferença de desempenho do algoritmo FVLMS para os algoritmos LMS e RLS aumenta. Isso mostra que o algoritmo FVLMS apresenta maior capacidade de acompanhamento das variações dos canais com desvanescimento por multipercursos severo.

Na figura 4.19,  $\tau=0.125T$ . Os valores adotados para os parâmetros foram os mesmos que para o teste anterior: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$ ,  $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$  e  $\mu=0.2$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.1$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.15$ . Novamente, o algoritmo FVLMS apresenta desempenho visivelmente superior ao dos algoritmos LMS e RLS.



**FIG 4.18 – Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ,  $fdT=2E-3$ ,  $\tau=0.625T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$   $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$ ,  $\mu=0.2$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.1$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.15$ .**





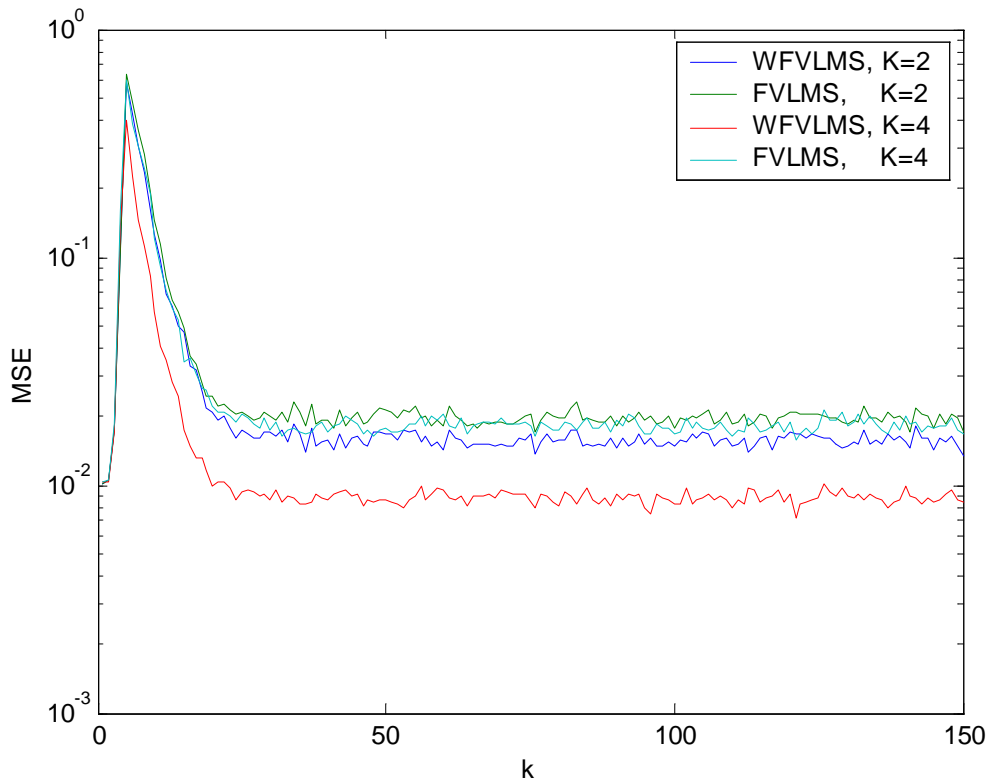
**FIG 4.19 – Erro quadrático médio dos algoritmos FVLMS, LMS e RLS para  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ,  $fdT=2E-3$ ,  $\tau=0.125T$ , e os seguintes parâmetros: FVLMS:  $N=9$ ,  $P=4$   $K=2$ ,  $L=5$ ,  $J=1$ ,  $\mu=0.2$ ; LMS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $p=0.1$ ; RLS:  $L=9$ ,  $P=4$  e  $\mu=0.15$ .**

#### 4.6. COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE OS ALGORITMOS FVLMS E WFVLMS

Nesta seção, são apresentados os resultados de alguns testes comparativos entre os algoritmos FVLMS e WFVLMS.

Vários testes preliminares (que não são apresentados aqui) permitem afirmar que a escolha do valor do fator de esquecimento do algoritmo WFVLMS segue os mesmos critérios que para o algoritmo FVLMS. Portanto, quando estes dois algoritmos operarem sob o mesmo valor de frequência Doppler normalizada, o valor do fator de esquecimento será o mesmo para ambos.

A FIG. 4.20 confronta o desempenho dos algoritmos FVLMS e WFVLMS para  $K=2$  e  $K=4$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros:  $\tau=0.625$ ,  $E_b/N_0=20\text{dB}$  e  $f_dT=2E-3$ ;  $N=9$ ,  $L=5$ ,  $P=4$ ,  $J=1$  e  $\mu=0.3$ . Em ambos os casos, o algoritmo WFVLMS apresenta desempenho superior que do algoritmo FVLMS. Quando o valor de  $K$  passa de 2 para 4, o desempenho do algoritmo FVLMS mantém-se inalterado, ao contrário do algoritmo WFVLMS, cujo erro quadrático médio cai significativamente.

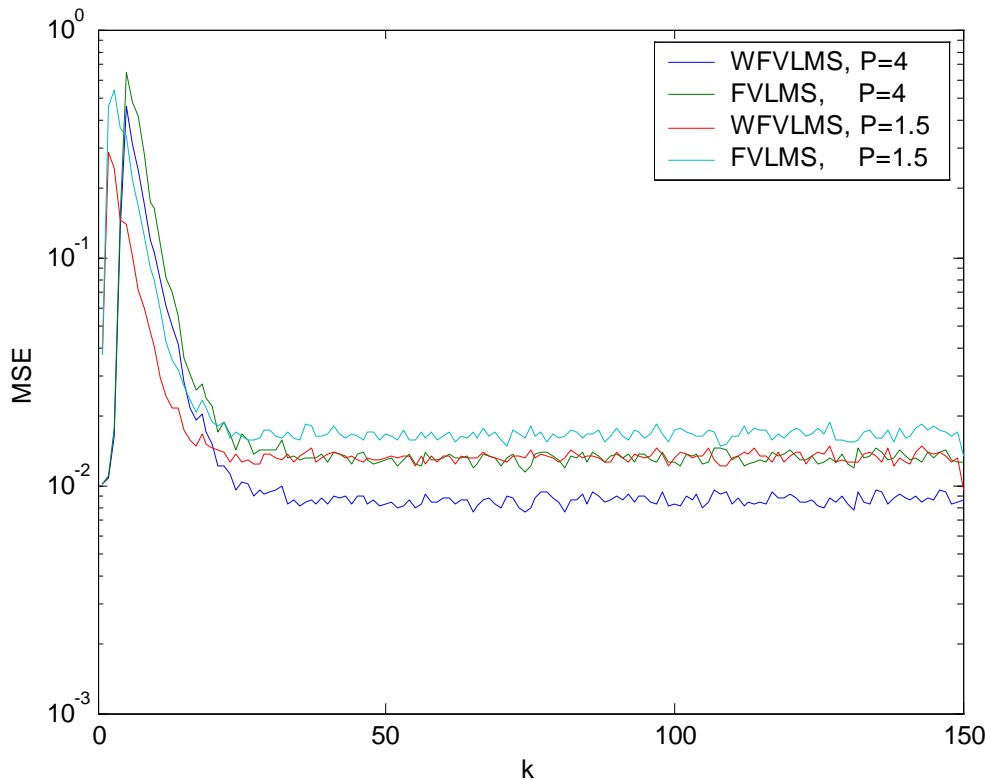


**FIG 4.20 – Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para  $K=2$  e  $K=4$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros:  $\tau=0.625$ ,  $E_b/N_0=20\text{dB}$  e  $f_dT=2E-3$ ;  $N=9$ ,  $L=5$ ,  $P=4$ ,  $J=1$  e  $\mu=0.3$ .**

As figuras a seguir ilustram o desempenho desses dois algoritmos para  $K=4$  apenas (pois é o caso em que a superioridade do algoritmo WFVLMS é mais acentuada), tanto para  $P=4$  – quando o pulso básico é truncado de forma simétrica – quanto para  $P=1.5$ , quando o pulso básico é truncado de forma assimétrica e, pior ainda, uma grande parte do pulso básico com amplitude considerável é desprezada. A primeira situação ( $P=4$ ) apresenta, naturalmente, os patamares de erro quadrático médio menores que a segunda. Além disso, a superioridade do algoritmo WFVLMS em relação ao FVLMS é mais acentuada. Como na segunda situação ( $P=1.5$ ) o truncamento do pulso básico não é o ideal, o desempenho de ambos os algoritmos é

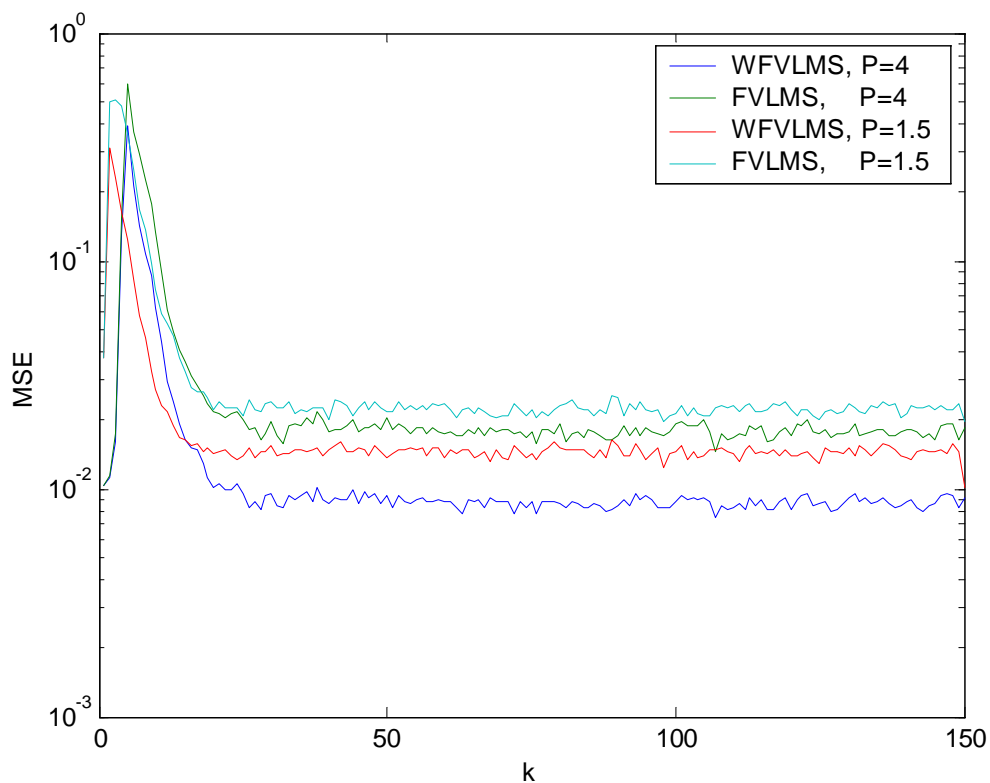
degradado. Além disso, a superioridade do algoritmo WFVLMS já não é tão grande. Porém, esta segunda situação de teste é apresentada porque, conforme será visto no próximo capítulo, para que os receptores MLSE-PSP apresentem um bom desempenho, convém que o valor de  $P$  seja próximo ao da ordem do algoritmo de busca ( $P \approx V$ ).

A FIG 4.21 confronta o desempenho destes dois algoritmos para o caso em que  $f_d T = 2E-4$ ,  $\tau = 0.625$  e  $E_b/N_0 = 20\text{dB}$ .



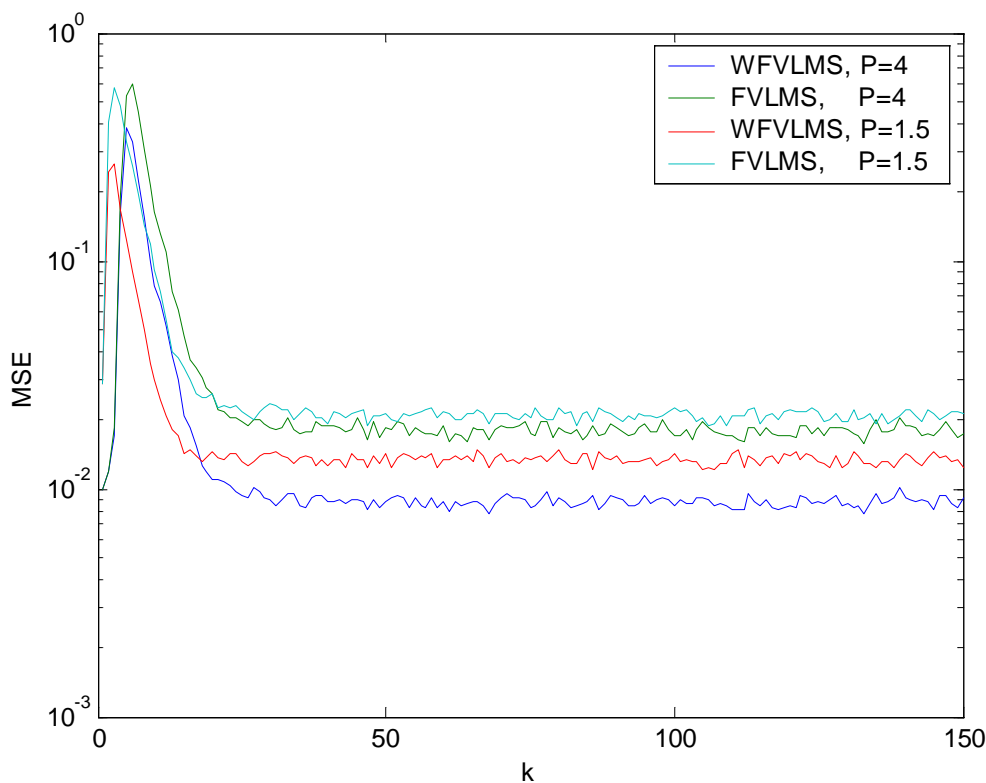
**FIG 4.21 – Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para  $P=4$  e  $P=1.5$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros:  $\tau=0.625$ ,  $E_b/N_0=20\text{dB}$  e  $f_d T=2E-4$ ;  $K=4$ ,  $N=9$ ,  $L=5$ ,  $J=1$  e  $\mu=0.2$ .**

A FIG 4.22 confronta o desempenho destes dois algoritmos para o caso em que  $f_d T = 2E-3$  (um valor 10 vezes maior que no caso anterior),  $\tau = 0.625$  e  $E_b/N_0 = 20\text{dB}$ . Tanto na FIG 4.21 quanto na FIG 4.22, o algoritmo WFVLMS apresenta desempenho superior que o algoritmo FVLMS. Além disso, o desempenho do WFVLMS é menos degradado que do algoritmo FVLMS devido ao aumento de  $f_d T$ . Ou seja, a superioridade no desempenho do algoritmo WFVLMS em relação ao algoritmo FVLMS torna-se mais evidente para valores de frequência Doppler normalizada mais altos.



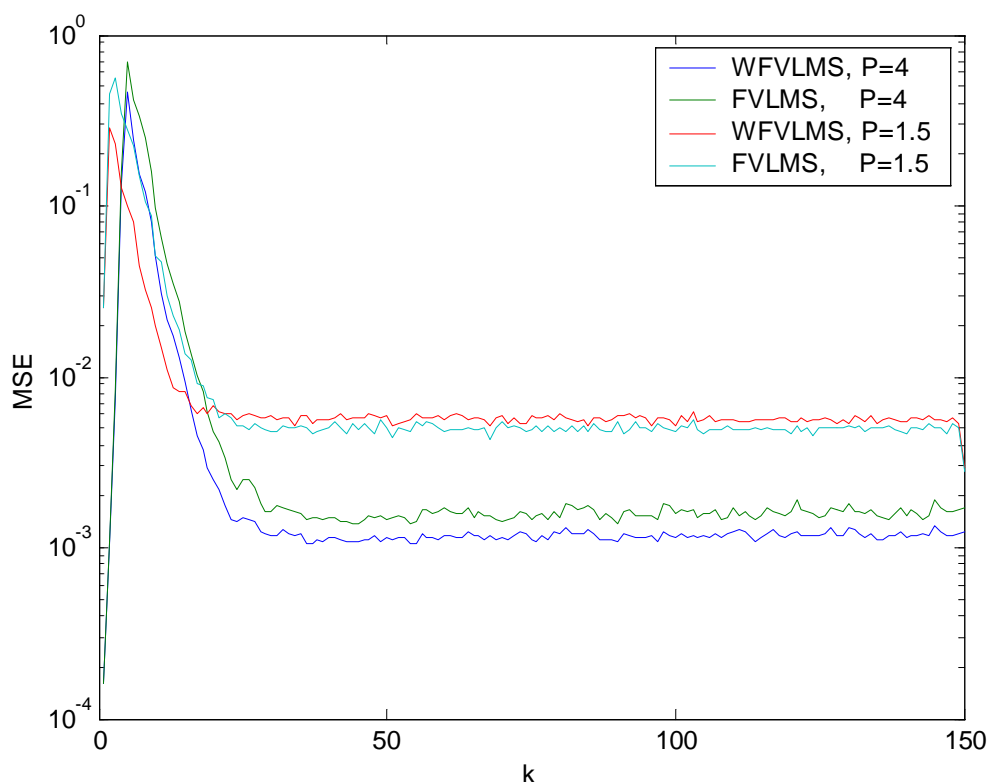
**FIG 4.22 – Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para  $P=4$  e  $P=1.5$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros:  $\tau=0.625$ ,  $E_b/N_0=20\text{dB}$  e  $f_dT=2E-3$ ;  $K=4$ ,  $N=9$ ,  $L=5$ ,  $J=1$  e  $\mu=0.3$ .**

A FIG 4.23 confronta o desempenho destes dois algoritmos para o caso em que  $f_dT=2E-3$ ,  $\tau=1$  e  $E_b/N_0=20\text{dB}$ . Assim como no caso anterior (em que  $\tau=0.625$ ), o algoritmo WFVLMS apresenta desempenho superior ao do algoritmo FVLMS. Observando as FIG 4.22 e 4.23, nota-se que o desempenho do algoritmo WFVLMS com  $P=1.5$  é melhor até que o desempenho do algoritmo FVLMS com  $P=4$ .



**FIG 4.23 – Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para P=4 e P=1.5, tendo como valores fixos para os demais parâmetros:  $\tau=1$ ,  $E_b/N_0=20\text{dB}$  e  $f_dT=2E-3$ ;  $K=4$ ,  $N=9$ ,  $L=5$ ,  $J=1$  e  $\mu=0.3$ .**

A FIG 4.24 confronta o desempenho destes dois algoritmos para o caso em que  $f_dT=2E-3$ ,  $\tau=0.625$  e  $E_b/N_0=40\text{dB}$  (e não mais 20dB, como nos casos anteriores). Comparando a FIG 4.24 com a FIG 4.22 (a única diferença é que na FIG. 4.22  $E_b/N_0=20\text{dB}$ ), nota-se que ambos os algoritmos apresentam melhor desempenho para o caso em que a razão sinal-ruído é maior. Porém, observando a FIG 4.24, para o caso em que  $P=1.5$ , verifica-se que o desempenho do algoritmo WFVLMS passa a ser ligeiramente inferior que do algoritmo FVLMS. Isto pode ser explicado pelo fato de que, neste caso, o erro devido ao truncamento do pulso básico passa a pesar mais que o ruído na entrada do receptor e, neste caso, os pesos inerentes ao algoritmo WFVLMS - que são originados da função autocorrelação do ruído com distribuição gaussiana - deixam de valer, já que o ruído deixa de ser gaussiano.



**FIG 4.24 – Erro quadrático médio dos algoritmos WFVLMS e FVLMS, para  $P=4$  e  $P=1.5$ , tendo como valores fixos para os demais parâmetros:  $\tau=0.625$ ,  $E_b/N_0=40\text{dB}$  e  $f_dT=2E-3$ ;  $K=4$ ,  $N=9$ ,  $L=5$ ,  $J=1$  e  $\mu=0.3$ .**

#### 4.7. CONCLUSÕES

Nesse capítulo, foram apresentados os resultados de testes de erro quadrático médio a fim de se avaliar o desempenho dos algoritmos FVLMS e OVLMS em função da escolha dos valores de seus parâmetros:  $N$ ,  $L$ ,  $K$ ,  $P$ ,  $J$  e  $\mu$ .

Inicialmente, verificou-se a equivalência entre os algoritmos FVLMS e OVLMS no sentido de que ambos mantêm os mesmos valores de erro quadrático quando os valores de seus parâmetros são iguais, para as mesmas condições de canal. Porém, o OVLMS conta com a vantagem de exigir menor esforço computacional que o FVLMS comum, devido à diagonalização da matriz autocorrelação  $\mathbf{R}$ .

Outra vantagem do algoritmo OVLMS em relação ao algoritmo FVLMS é a possibilidade de melhorar o desempenho através do truncamento da matriz autocorrelação diagonalizada  $\Lambda$ , aproveitando-se apenas os autovalores mais significativos. Dessa maneira, o número de coeficientes  $L$  do filtro adaptativo é reduzido e o condicionamento de  $\Lambda$  melhora, o que faz aumentar a capacidade do algoritmo acompanhar as variações do canal.

O algoritmo FVLMS demonstrou ser bastante flexível, podendo ser aplicado em diversas condições de canal e de esquemas de modulação, e que um desempenho ótimo depende de uma escolha criteriosa dos valores de seus parâmetros. Por exemplo, mostrou-se que o valor do parâmetro  $J$  deve ser escolhido igualando-o ao máximo retardo admitido pelo canal. No caso do sistema TIA/EIA-UWC-136 operando na banda de 800MHz, como o máximo retardo admitido é de 01 (um) intervalo entre símbolos, então convém escolher  $J=1$ .

Outros testes mostraram que o algoritmo FVLMS é robusto quanto a falhas de sincronização no receptor, mantendo valores baixos de erro quadrático para desvios do instante de amostragem em relação ao instante ótimo de até aproximadamente  $J$  intervalos entre símbolos. Em contrapartida, quanto maior é o valor de  $J$ , maior é o ripple observado.

A escolha do número de colunas  $N$  da matriz  $\mathbf{H}_{V/K}$  e do parâmetro  $P$  depende da forma e duração do pulso básico. Quando a resposta ao impulso conjunta dos filtros transmissor e receptor é do tipo cosseno levantado, o valor de  $N$  é diretamente proporcional ao fator de rolloff  $\alpha$  do filtro, pois quanto maior for  $\alpha$ , mais lento será o decaimento do pulso básico, o que exige um valor de  $N$  maior para reconstituir o pulso básico. A escolha do valor de  $P$  deve ser feita não só em função da duração pulso básico mas também em função do algoritmo de busca empregado, conforme será analisado no próximo capítulo.

Em seguida, foi feita uma comparação de desempenho entre os algoritmos FVLMS, LMS e RLS através de curvas de aprendizagem. Foi visto que o algoritmo FVLMS apresenta desempenho superior em todos os casos testados, no que tange aos patamares de erro quadrático médio alcançados. Isto fica mas evidente quanto maior for a frequência Doppler normalizada, demonstrando uma maior capacidade de acompanhamento do algoritmo FVLMS em relação aos algoritmos LMS e RLS: uma explicação plausível é o fato de o FVLMS fazer uso do conhecimento prévio da resposta ao impulso dos filtros de transmissão e de recepção (ao contrário dos algoritmos LMS e RLS), além de processar mais de uma amostra por intervalo entre símbolos. Quanto à velocidade de convergência, o algoritmo FVLMS mostrou o mesmo desempenho que o algoritmo RLS quando mantida a mesma seqüência pseudoaleatória ao longo dos doze primeiros símbolos transmitidos. Foi visto

também que há o seguinte conflito ao se escolher o número de coeficientes do filtro adaptativo ( $L$ ) para os algoritmos LMS e RLS: quanto maior  $L$ , menor o patamar do erro quadrático médio, porém maior o tempo de convergência. O algoritmo FVLMS não apresenta esse problema, já que o número de coeficientes do filtro adaptativo ( $L$ ) pode ser diferente do número de intervalo entre símbolos para reconstituição do pulso básico ( $N$ ).

Finalmente, foi feita uma comparação entre os algoritmos FVLMS e WFVLMS em termos de curvas de aprendizagem. Testes preliminares permitem afirmar, quando ambos estão funcionando de maneira ótima, eles adotam a mesma correspondência entre os valores do fator de esquecimento e os valores da frequência Doppler normalizada. Foi visto também que, de forma geral, o algoritmo WFVLMS apresenta desempenho superior que o algoritmo FVLMS, sobretudo quando  $K=4$  ao invés de  $K=2$ . A superioridade do desempenho do algoritmo WFVLMS em relação ao algoritmo FVLMS fica mais acentuada quanto maior for a frequência Doppler normalizada e quanto menor for a razão sinal-ruído. As únicas situações em que o algoritmo WFVLMS apresentou desempenho ligeiramente inferior que do algoritmo FVLMS foi nos casos em que o truncamento do pulso básico foi feito de uma maneira ruim (com o valor de  $P$  pequeno em relação à memória do pulso básico) e perante uma razão sinal-ruído alta, pois, neste caso, o erro devido ao mau truncamento do pulso básico passa a pesar mais que o ruído gaussiano na entrada do receptor e, com isso, os pesos inerentes ao algoritmo WFVLMS - que são calculados a partir da função autocorrelação do ruído com distribuição gaussiana - deixam de valer, já que o ruído deixa de ser gaussiano.



## 5. AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO PELA TAXA DE ERROS DE BITS

### 5.1. INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem como objetivo comparar o desempenho entre receptores MLSE-PSP tendo como algoritmo de busca o AV e tendo como algoritmos de filtragem adaptativa WFVLMS, FVLMS, LMS e RLS, através dos resultados de taxa de erros de bits (BER) em função da razão sinal-ruído e das condições do canal. Para isso, foram realizadas diversas simulações em computador, obedecendo ao esquema de simulação em banda básica mostrado na FIG 5.1.

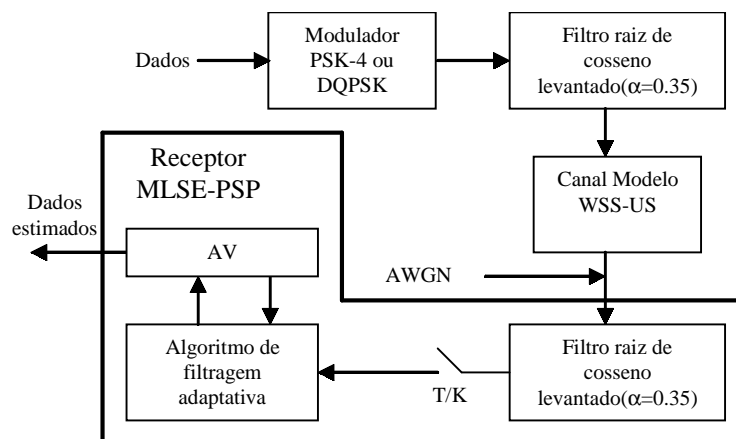


FIG 5.1 – Esquema de simulação em banda básica.

Os símbolos referentes aos dados são gerados aleatoriamente e organizados em quadros, sendo que cada símbolo é uma variável aleatória discreta pertencente ao conjunto  $A=\{0,1,2,3\}$  (alfabeto), com distribuição uniforme e independente das demais. Em seguida, esses símbolos são convertidos em símbolos complexos pelo modulador PSK-4 (ou modulador Diferencial PSK-4 - DQPSK), com codificação de Gray. Depois, a seqüência de símbolos complexos é transformada num trem de impulsos com intervalo entre símbolos  $T$ , que passa por um filtro com resposta ao impulso do tipo raiz de cosseno levantado com fator de rolloff  $\alpha=0.35$ , dando origem ao sinal a ser transmitido.

O modelo do canal radiomóvel é descrito pela norma TIA-EIA-UWC136-270B. Segundo essa norma, o canal é variante com o tempo e se caracteriza por dois raios estatisticamente independentes entre si e defasados por um retardo  $\tau$  igual a no máximo 01 (um) intervalo entre símbolos, onde ambos os raios são processos estocásticos com distribuição de Rayleigh de mesma variância (ou seja, são equipotentes), e cujo espectro de potência é dado pelo Espectro de Jakes.

O sinal transmitido alcança o receptor misturado a ruído branco com distribuição gaussiana de média zero (AWGN). O primeiro bloco do receptor é um filtro cuja resposta ao impulso é do tipo raiz de cosseno levantado com fator de rolloff  $\alpha=0.35$ , casado ao filtro transmissor. Após ser filtrado, o sinal recebido é amostrado K vezes por intervalo entre símbolos (sendo K inteiro positivo). Então essas amostras são entregues a dois blocos, que trabalham em conjunto com a finalidade de estimar a seqüência de símbolos transmitida: o bloco referente ao algoritmo de filtragem adaptativa e o bloco referente ao algoritmo de busca. Os algoritmos de filtragem adaptativa testados foram aqueles já citados: WFVLS, FVLS, LMS e RLS. O algoritmo de busca adotado em todas as simulações foi o algoritmo de Viterbi (AV) com processamento por percurso sobrevivente (PSP).

Todos os parâmetros da simulação seguiram o estabelecido nas recomendações relativas à avaliação de desempenho do padrão de telefonia celular TIA/EIA-UWC136 para serviços outdoor (em campo aberto) de 2.5G (serviços intermediários entre a 2ª e a 3ª gerações) em canais de 30KHz operando na banda de 800MHz (normas TIA/EIA UWC110, UWC131 e UWC270B). Esses parâmetros estão resumidos na TAB 5.1.

O quadro adotado nas simulações foi o do tipo CC1 (TIA/EIA-UWC131), cujo formato é mostrado na FIG. 5.2. O quadro CC1 é usado nos serviços de voz com codificador VCELP. Seu comprimento total são 162 símbolos, sendo que os 14 símbolos iniciais (campo SYNC) são previamente conhecidos e são utilizados para sincronização e treinamento do receptor. Durante as simulações, os 14 primeiros símbolos foram mantidos fixos e os 148 restantes foram gerados aleatoriamente. Além disso, mais dois símbolos fixos adicionais (que corresponderiam aos dois primeiros símbolos da seqüência de treinamento do próximo quadro) foram utilizados ao fim do quadro com a finalidade de fazer com que as 16 seqüências sobreviventes do AV convergissem numa única. O esquema de receptor poderia ser melhorado se o campo CDVCC fosse empregado como uma mini seqüência de treinamento no meio do quadro, já que este campo mantém-se constante durante toda uma conversação e é previamente conhecido pelo receptor através de canal de sinalização.

**TAB 5.1 – Valores dos parâmetros adotados nas simulações**

Parâmetros da simulação (TIA/EIA-UWC136)	
Quadro (slot)	CC1 (para canais de 30KHz e codificador de voz VCELP)
Frequência portadora	$f=881,010$ MHz (canal 367 da banda de 800MHz)
Duração do símbolo	$T=41.1\mu s$ (24.3Kbaud)
Velocidade do móvel	8Km/h ( $fdT=2.7E-4$ ) e 50Km/h ( $fdT=1.7E-3$ )
Modelo de canal (WSS-US)	Dois raios equípotentes e estatisticamente independentes entre si, com amplitude com distribuição de Rayleigh, fase com distribuição uniforme, e função autocorrelação dada pelo espectro de Jakes
Retardo entre raios	$\tau=2/8T, 5/8T$ e $1T$
Filtros	Raiz de cosseno levantado (fator de rolloff $\alpha=0.35$ )
Modulação	PSK-4 (ou DQPSK) com codificação de Gray

Originalmente, o padrão UWC-136 emprega o esquema de modulação  $\pi/4$ -DQPSK, mas nas simulações foram adotadas as modulações QPSK e DQPSK: isto permitiu mensurar o ganho de desempenho ao se empregar uma modulação diferencial.

SYNC	SACCH	DATA	CDVCC	DATA	RSVD	CDL
14	6	65	6	65	6	

**FIG 5.2 – Formato do quadro do tipo CC1 (para serviço de voz com o codificador VCELP), adotado nas simulações.**

O modelo de canal TIA/EIA-UWC136 é representado por um modelo de dois raios equípotentes, cuja resposta ao impulso  $c(t)$  é dada pela EQ. 5.1, onde  $c_0(t)$  e  $c_1(t)$  são processos estocásticos gaussianos complexos de média zero, mesma variância e decorrelacionados entre si, e representam os dois raios em questão. O retardo máximo admitido entre os raios é igual a 01 (um) intervalo entre símbolos. O modelo adotado para o espectro de potência desses processos é o modelo de Jakes, dada pela EQ. 2.8. Ambos os processos estocásticos  $c_0(t)$  e  $c_1(t)$  foram gerados através do método de Monte-Carlo, conforme a EQ. 2.10.

$$\begin{aligned}
c(t) &= c_0(t)\delta(t) + c_1(t)\delta(t - \tau) \\
E\{c_0(t)\} &= E\{c_1(t)\} = 0 \\
E\{|c_0(t)|^2\} &= E\{|c_1(t)|^2\}
\end{aligned} \tag{5.1}$$

## 5.2. O ALGORITMO DE VITERBI COM PROCESSAMENTO POR PERCURSO SOBREVIVENTE

Como mencionado anteriormente, foram avaliados receptores MLSE que utilizam como algoritmo de busca o Algoritmo de Viterbi (AV) [Viterbi, 1971], com filtros adaptativos associados aos percursos sobrevivente (PSP), conforme algoritmo proposto por Kubo [Kubo, 1994].

A operação do AV pode ser descrita com base no conceito de estado, que é formado por uma V-tupla de símbolos ordenados  $(x_1, x_2, \dots, x_V)$ , onde V é a ordem do algoritmo. Como M é a quantidade de símbolos distintos possíveis (tamanho do alfabeto), então o número de estados Q do AV é dado por

$$Q = M^V \tag{5.2}$$

Os filtros adaptativos aqui testados trabalham com vetores de símbolos de comprimento N, com  $N \geq V$ . Por isso, apenas os V primeiros símbolos do vetores de símbolos associados a cada estado determinam o mesmo. Ou seja, em cada instante  $t = kT + t_0$ , há um vetor de símbolos  $\mathbf{X}_i^k$ ,  $i=0, 1, \dots, Q-1$  associado a cada um dos Q estados, onde os V primeiros símbolos do vetor  $\mathbf{X}_i^k$  ( $x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-V+1}$ ) determinam o estado correspondente.

A transição do i-ésimo estado no instante k-1 para o j-ésimo estado no instante k é definida da seguinte forma

$$\mathbf{X}_i^{k-1} = (x_{1,i}^{k-1}, x_{2,i}^{k-1}, \dots, x_{V,i}^{k-1}, \dots, x_{N,i}^{k-1}) \rightarrow \mathbf{X}_j^k = (x, x_{1,i}^{k-1}, x_{2,i}^{k-1}, \dots, x_{V,i}^{k-1}, \dots, x_{N-1,i}^{k-1}) \tag{5.3}$$

onde x é o símbolo responsável pela transição. Ou seja, a transição de um estado  $\mathbf{X}_i^{k-1}$  (no instante k-1) para um estado  $\mathbf{X}_j^k$  (no instante k) é determinado pela seguinte relação

$$x_{n,j}^k = x_{n-1,i}^{k-1} \text{ e } x_{1,j}^k = x \quad (5.4)$$

Como o AV-PSP explora todas as  $Q$  possíveis combinações entre os  $V$  símbolos que compõem o estado e como existem  $M$  valores possíveis para o símbolo  $x_{v,i}^{k-1}$ , então há  $M$  estados iniciais  $E_i^{k-1}$  cuja transição provocada pelo símbolo  $x$  levam ao estado final  $E_j^k$ . As possíveis transições de estados ao longo do tempo definem uma estrutura de treliça. O AV funciona de modo que, para cada um dos  $Q$  estados no instante  $k$ , apenas uma dentre as  $M$  transições possíveis seja escolhida, obedecendo a uma métrica de decisão estabelecida segundo o critério de máxima verossimilhança entre as seqüências recebida e estimada. A seqüência dos símbolos responsáveis por todas as transições que levam ao estado  $\mathbf{X}_i^k$  é denominada “seqüência ou percurso sobrevivente” referente ao  $i$ -ésimo estado até o instante  $k$ .

Um receptor MLSE-PSP tendo como algoritmo de busca o AV funciona da seguinte forma: para o  $i$ -ésimo estado num instante  $k-1$ , há um vetor de símbolos  $\mathbf{X}_i^{k-1}$ , uma métrica acumulada  $D_i^{k-1}$ , um vetor de coeficientes do filtro adaptativo  $\mathbf{W}_i^{k-1}$  e um percurso sobrevivente associados. Para o  $j$ -ésimo estado no instante  $k$ , o AV verifica quais são os  $M$  estados no instante  $k-1$  que podem ser estados originários de uma transição  $\mathbf{X}_i^{k-1} \rightarrow \mathbf{X}_j^k$  e compõe o vetor de símbolos  $\mathbf{X}_j^k$ , conforme a EQ. 5.3. Este vetor de símbolos é empregado para estimar o sinal recebido  $\tilde{z}_{k+i/K}$  nos instantes  $k+i/K$ ,  $i=0,1,\dots,K-1$ . Subtraindo do sinal recebido  $z_{k+i/K}$  o sinal estimado, tem-se o erro de estimação  $e_{k+i/K}$ , dado por

$$e_{k+i/K} = z_{k+i/K} - \tilde{z}_{k+i/K} \quad (5.5)$$

Os erros  $e_{k+i/K}$ , com  $i=0,1,\dots,K-1$ , são utilizados para o cálculo da métrica de transição  $D_{ij}^k$  entre os estados.

Como há  $M$  possíveis estados originários para transições ao estado  $\mathbf{X}_j^k$ , então há também  $M$  possíveis métricas de transição e  $M$  possíveis métricas acumuladas  $D_j^k = D_i^{k-1} + D_{ij}^k$ . A menor dentre estas  $M$  métricas acumuladas determina o percurso (a transição) sobrevivente.

Após a determinação do percurso sobrevivente, efetua-se então a adaptação dos coeficientes do filtro adaptativo  $\mathbf{W}_j^k$ , conforme o algoritmo de filtragem adotado. O processo se repete ao longo do tempo, até o último símbolo do quadro. Ao final, haverá  $Q$  percursos sobreviventes. O percurso sobrevivente de menor métrica acumulada é considerado a melhor

estimação de toda a seqüência de símbolos transmitida, sendo esta a seqüência fornecida como saída do receptor.

### 5.3. ESCOLHA DA MÉTRICA DE DECISÃO DAS TRANSIÇÕES

Supondo que a estimação da resposta ao impulso do canal em um instante  $k$  seja perfeita, e que a estimação dos símbolos transmitidos até então esteja correta, os erros de estimação, dados pela EQ. 5.5, serão devidos apenas ao ruído aditivo na entrada do receptor. Em se tratando de ruído branco e filtro com resposta ao impulso do tipo raiz de cosseno levantado, caso a taxa de amostragem seja igual ao intervalo entre símbolos ( $K=1$ ) e o receptor esteja sincronizado ao pico do pulso básico, então a seqüência dos erros de estimação pode ser considerada um processo estocástico branco gaussiano. Neste caso, a função densidade de probabilidade conjunta de qualquer vetor formado por amostras de erro  $e_k$  é inversamente proporcional à soma dos seus módulos ao quadrado. Ou seja, a métrica acumulada que antende ao critério MLSE é a soma dos quadrados dos módulos das amostras de erro.

Em particular, o incremento da métrica correspondente a uma transição entre estados pode ser dado por

$$D_{ij}^k = \sum_{i=0}^{K-1} |e_{k+i/K}|^2 \quad (5.6)$$

onde os erros  $e_{k+i/K}$  são calculados através da EQ. 5.4. Porém, quando a taxa de amostragem é maior que o intervalo entre símbolos, ou seja  $K>1$ , os erros  $e_{k+i/K}$  já não são mais estatisticamente independentes entre si. Hamied [Hamied, 1996] sugere que os erros sejam correlacionados através de um modelo autoregressivo de ordem  $K$ , e que a métrica da transição incorpore os pesos adotados no modelo autoregressivo. Porém, testes preliminares mostraram que essa abordagem é bastante ineficaz, pois foi verificado que ela só funcionava de forma razoável ao custo de se colocar muitos símbolos previamente conhecidos ao longo do quadro, como referência ao algoritmo de busca.

Uma melhor abordagem é adotar o algoritmo WFVLS ao invés de um modelo autoregressivo pois, como já foi visto, o algoritmo WFVLS incorpora a dependência

estatística dos  $K$  erros referentes a um mesmo intervalo entre símbolos nas equações de adaptação da estimação do canal. Seguindo a mesma lógica, uma métrica que poderia ser adotada quando o algoritmo de filtragem fosse o algoritmo WFVLS é dada por

$$D_{ij}^k = \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} e_{k+i/K} e_{k+j/K}^* \quad (5.7)$$

onde  $p_{ij}$  são os pesos inerentes ao algoritmo WFVLS. Entretanto, testes preliminares mostraram que, no caso do algoritmo WFVLS, o desempenho do receptor ao se usar ou a métrica dada pela EQ. 5.6 ou a métrica dada pela EQ. 5.7 é o mesmo.

#### 5.4. ESCOLHA DO INSTANTE DE AMOSTRAGEM EM FUNÇÃO DA ORDEM DO AV

Como já foi visto em capítulos anteriores, o valor do retardo de truncamento  $P$  da resposta ao impulso conjunta dos filtros transmissor e receptor determina a formação das matrizes  $\mathbf{H}_{i/K}$  e  $\mathbf{R}$ , pertinentes aos algoritmos fracionários, incluindo-se aí o algoritmo FVLMS, conforme mostram as EQ. 2.16 e 4.2. Além disso, o instante inicial de amostragem  $t_0$  está relacionado com o parâmetro  $P$  através da EQ. 4.3. Em se tratando de curvas de erro quadrático médio durante a recepção de seqüências de símbolos conhecidas, o desempenho do algoritmo FVLMS depende do valor de  $P$ . Nesse sentido, é desejável que os valores de  $P$  e de  $N$  sejam escolhidos segundo o procedimento sugerido na seção 4.2.5. Porém, ao se tratar de receptores MLSE, o valor de  $P$  deve ser escolhido levando-se em conta também o algoritmo de busca empregado.

Fazendo  $P=V-1$  garante que o AV tome as decisões de percursos sobreviventes baseadas em reconstituições do sinal transmitido onde os  $V$  primeiros símbolos de  $\mathbf{X}_k$  – que são os que determinam os estados da treliça – contribuam com a maior porção de energia do sinal. Com isso, qualquer métrica de decisão  $D_{ij}^k$ , baseada numa combinação linear dos módulos dos erros de estimação  $e_{k+i/K}$  ao quadrado, será mais sensível à variação desses mesmos  $V$  primeiros símbolos que à variação dos demais símbolos de  $\mathbf{X}_k$ . Como o AV restringe as possíveis transições entre os estados através desses  $V$  primeiros símbolos, então é natural que ele funcione melhor sob essas condições.

Todavia, tal critério se opõe ao critério de truncamento da resposta ao impulso conjunta dos filtros  $h(t)$ . Por exemplo, caso  $V=2$ , se for atribuído a  $P$  o valor  $V-1=1$ , então o truncamento não será satisfatório, por causa das razões expostas na seção 4.2.5. Há de se fazer, portanto, uma dosagem entre esses dois critérios conflitantes.

Um critério enfim, que após vários testes revelou os melhores desempenhos do receptor MLSE-PSP, é escolher o valor de  $P$  em torno do valor de  $V$ . No caso das simulações, foram adotados então os seguintes valores de parâmetros:  $V=2$  e  $P=1.5T$ . Porém, a adoção desse valor para  $P$  faz com que a matriz  $\mathbf{H}_{i/K}$  tenha em sua primeira linha (que corresponde ao sinal recebido com retardo nulo) a resposta ao impulso  $h(t)$  truncada de maneira pior que em relação às demais linhas. Com isso, o receptor apresenta desempenho inferior para canais planos que para canais com desvanescimento por multipercursos, conforme será visto adiante.

Quanto aos receptores MLSE-PSP com filtros adaptativos não-fracionários, o instante de amostragem depende tanto da ordem  $V$  do AV quanto do retardo  $\tau$  entre os raios principal e secundário, pois a combinação linear dos pulsos referentes a cada um dos dois raios terá o pico em  $\tau/2$  caso os pesos sejam iguais. Foi adotado para o receptor com algoritmo de filtragem LMS, portanto, um esquema de sincronização em que  $t_0=[L_g-(V-1)+\tau/2]$ .

## 5.5. O PROGRAMA DE SIMULAÇÃO

Para cada par composto pela velocidade do RM em relação à ERB (cujos valores testados foram 8Km/h e 50 Km/h) e pelo retardo entre raios (cujos valores testados foram 0.25T, 0.625T e 1T), que juntos caracterizam o canal, foram feitas simulações em computador variando a razão sinal-ruído de 5dB até 35dB, com passo de 5dB. Os quadros eram gerados aleatoriamente, transmitidos através do canal e recebidos simultaneamente por quatro receptores MLSE-PSP, com os seguintes algoritmos de filtragem adaptativa: FVLMS, WFVLMS, LMS e RLS. Para cada uma das 6 possíveis combinações de valores de velocidade e retardo, vários testes preliminares foram feitos de forma a otimizar o desempenho de cada um dos algoritmos. Com isso, para cada uma dessas 6 condições do canal, foi tomado o cuidado de se comparar o desempenho entre os algoritmos nas melhores condições encontradas para cada um deles. A TAB. 5.2 mostra os diversos valores adotados nas simulações dos parâmetros referentes a cada um desses quatro algoritmos.



**TAB 5.2 – Parâmetros dos algoritmos de filtragem adaptativa adotados nas simulações.**

Parâmetro		Algoritmo			
		FVLMS	WFVLMS	LMS	RLS
Duração do pulso básico (N)		9	9	-	-
Número de coeficientes do filtro (L)		5	5	9	9
Retardo de truncamento (P)		1.5	1.5	1.5	1.5
Taxa de amostragem (K)		2	4	-	-
Retardo máximo admitido (J)		1	1	-	-
Fator de esquecimento / passo ( $\mu$ )	8Km/h	0.12	0.12	0.05	0.05
	50Km/h	0.2	0.2	0.15	0.12

Apesar dos valores adotados para os parâmetros das simulações de taxa de erros de bits terem sido balizados através dos resultados das simulações de taxa de erro de bits, duas dúvidas persistiam no momento de se escolher os valores para o fator de esquecimento (ou passo) e para a taxa de amostragem (nos algoritmos fracionários). Isso porque, enquanto nas simulações de erro quadrático médio os símbolos recebidos eram totalmente conhecidos, nas simulações de taxa de erros de bits eles são estimados. Foi verificado que todos os quatro receptores testados funcionaram melhor com os valores para o fator de esquecimento (ou passo) menores que os adotados nos testes de erro quadrático médio: valores maiores favorecem um aumento na frequência de decisões erradas dos receptores. Quanto à taxa de amostragem, foi verificado que o algoritmo FVLMS não apresenta nenhum ganho de desempenho quando o valor de K muda de 2 para 4; de forma diferente, o algoritmo WFVLMS apresenta melhor desempenho quando K é igual a 4 em vez de 2.

Para um determinado valor da razão sinal-ruído, cada experimento foi feito gerando-se aleatoriamente o quadro (mantendo-se fixo apenas os símbolos de treinamento), os raios que compunham o canal e o ruído gaussiano na entrada do receptor. Para cada experimento, o quadro estimado era comparado com o quadro de fato transmitido, os erros de bits eram contados e a quantidade de experimentos era incrementada. A quantidade de erros de bits total era atualizada somando-se à quantidade total de erros de bits até aquele momento com a quantidade de erros de bits naquele experimento. Caso a quantidade de erros de bits no experimento fosse a maior de todos os experimentos até então – tendo-se assim a ocorrência de um pico de erros – o valor de pico era atualizado. Os experimentos referentes a um valor da razão sinal-ruído somente terminavam quando a quantidade total de erros de bits fosse

maior que 10 vezes o pico de erros. Ao fim dos experimentos, a taxa de erros de bits (BER) era calculada dividindo-se a quantidade total de erros de bits pelo produto entre a quantidade de experimentos executados e a quantidade total de bits por quadro. Esse critério mostrou-se mais adequado que a fixação da quantidade de experimentos a ser realizada, por quatro motivos:

- evita-se assim a possibilidade de se ocorrer flutuações na quantidade de quadros com erros e, dessa forma, a obtenção errônea da BER;
- evita-se assim a possibilidade de ora ocorrer poucos erros por quadro e ora ocorrer muitos erros por quadro (ou seja, uma flutuação no pico de erros) e, dessa forma, a obtenção errônea da BER;
- caso ocorra um raro surto de erros em algum quadro durante os experimentos, o peso desse surto irá se diluir à medida em que a quantidade de experimentos for crescendo, evitando-se assim um mascaramento no valor obtido da BER;
- a quantidade de experimentos passa a depender tão-somente da razão sinal-ruído, pois quanto maior for seu valor, menor será a frequência de erros e mais experimentos serão necessários para a obtenção de uma estatística suficiente para se fazer uma estimativa confiável da BER.

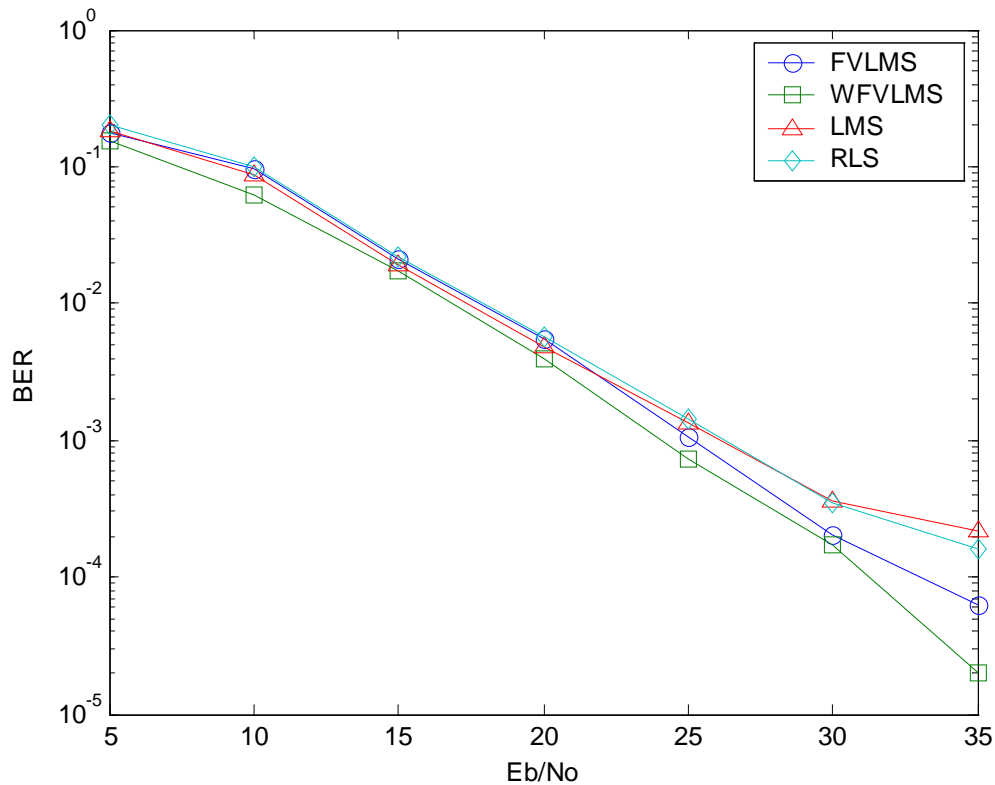
## 5.6. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES

### 5.6.1. RM DESLOCANDO-SE A 8KM/H EM RELAÇÃO À ERB

A FIG. 5.3 mostra o desempenho desses quatro algoritmos perante canal com  $f_d T = 2.7E-4$  (velocidade de 8Km/h) e  $\tau = 0.25$ , ordem do AV (V) igual a 2 e modulação PSK-4. Nota-se um equilíbrio entre os desempenhos dos quatro algoritmos. Nesse caso, como a frequência Doppler normalizada é baixa, os algoritmos fracionários (FVLMS e WFVLMS) não apresentam ganho de desempenho significativo em relação aos algoritmos LMS e RLS..

A FIG. 5.4 mostra o desempenho desses quatro algoritmos perante canal com  $f_d T = 2.7E-4$  (velocidade de 8Km/h) e  $\tau = 0.625$ , ordem do AV (V) igual a 2 e modulação PSK-4. O desempenho dos quatro algoritmos testados melhorou em relação à situação com  $\tau = 0.25$ , mas

o ganho de processamento dos algoritmos WFVLMS e FVLMS em reação aos algoritmos LMS e RLS continua pequeno.



**FIG 5.3 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=0.25$  e  $f_d T=2.7E-4$  (vel. de 8Km/h), e  $V=2$ .**

A FIG. 5.5 mostra o desempenho desses quatro algoritmos perante canal com  $f_d T=2.7E-4$  (velocidade de 8Km/h) e  $\tau=1$ , e ordem do AV ( $V$ ) igual a 2. Nota-se que o desempenho dos quatro algoritmos é melhor que nos casos anteriores. No caso dos algoritmos fracionários, como já foi visto anteriormente, o desempenho melhora porque o truncamento do pulso básico dado pela última linha das matrizes  $H_{i/K}$ ,  $i=0,1,\dots,K-1$  é mais fiel ao pulso básico real que os truncamentos dados pelas primeiras linhas. No caso do algoritmo LMS, Panazio [Panazio, 2001] justifica a melhoria em seu desempenho devido a uma diversidade temporal implícita quando  $\tau \neq 0$ ; entretanto, tal explicação merece maiores esclarecimentos. No caso do algoritmo RLS, a mesma hipótese referente ao algoritmo LMS poderia ser aplicada.

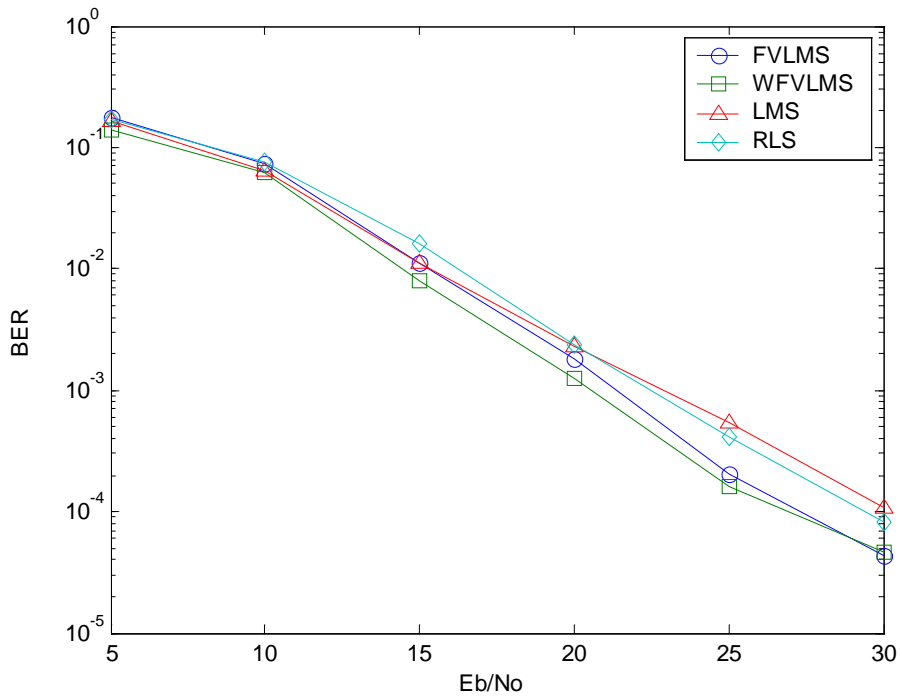


FIG 5.4 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=0.625$  e  $f_d T=2.7E-4$  (vel. de 8Km/h), e  $V=2$ .

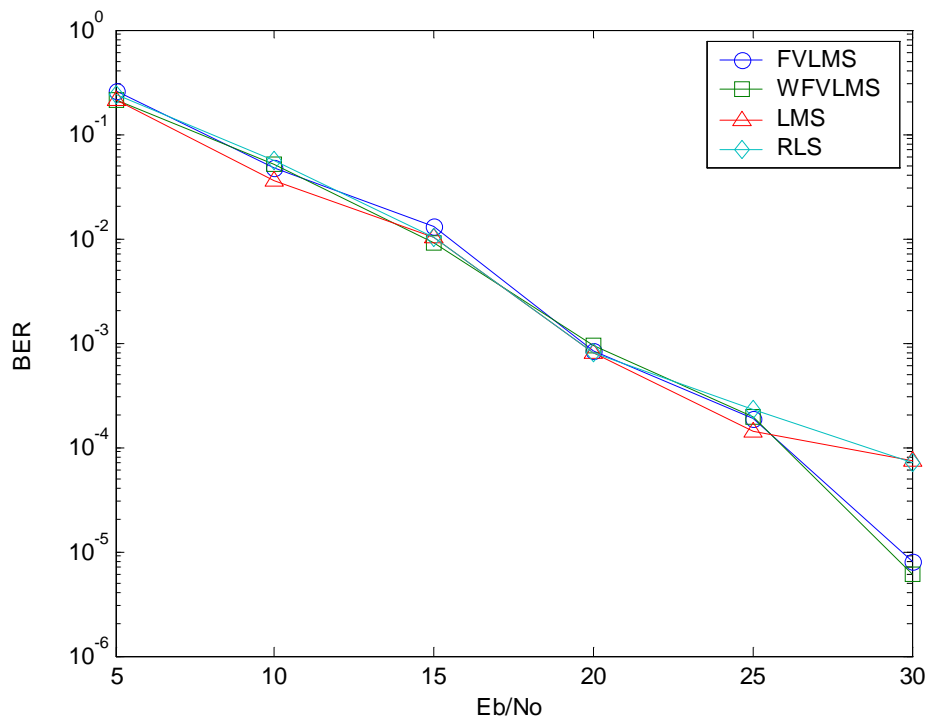
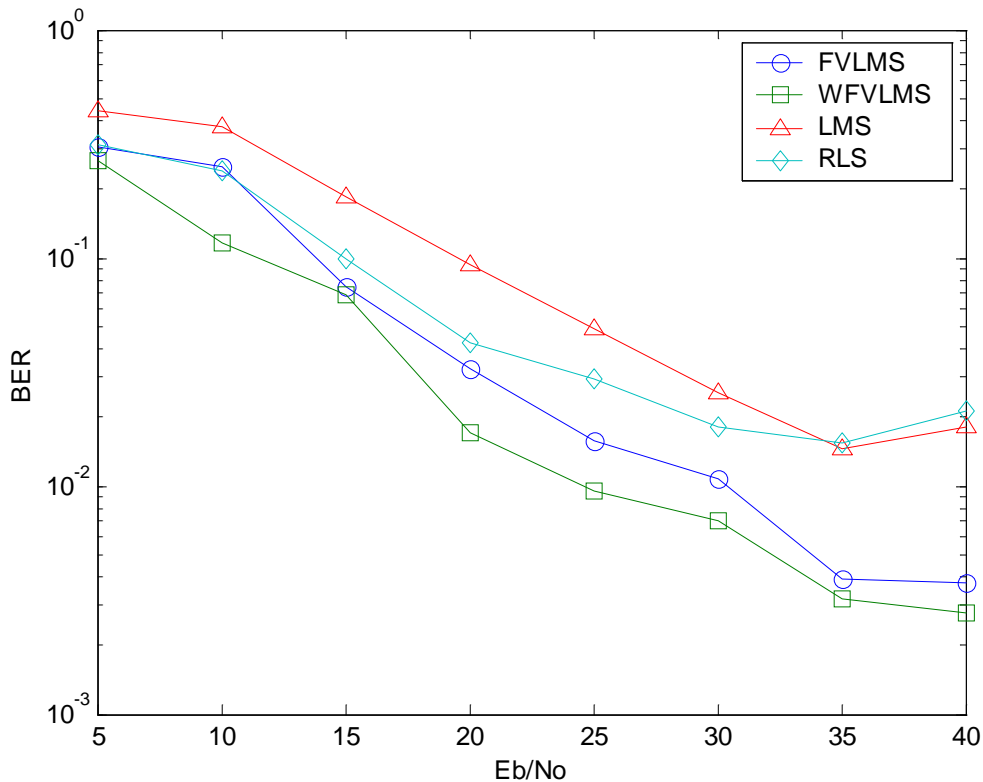


FIG 5.5 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=1$  e  $f_d T=2.7E-4$  (vel. de 8Km/h), e  $V=2$ .

### 5.6.2. RM DESLOCANDO-SE A 50KM/H EM RELAÇÃO À ERB

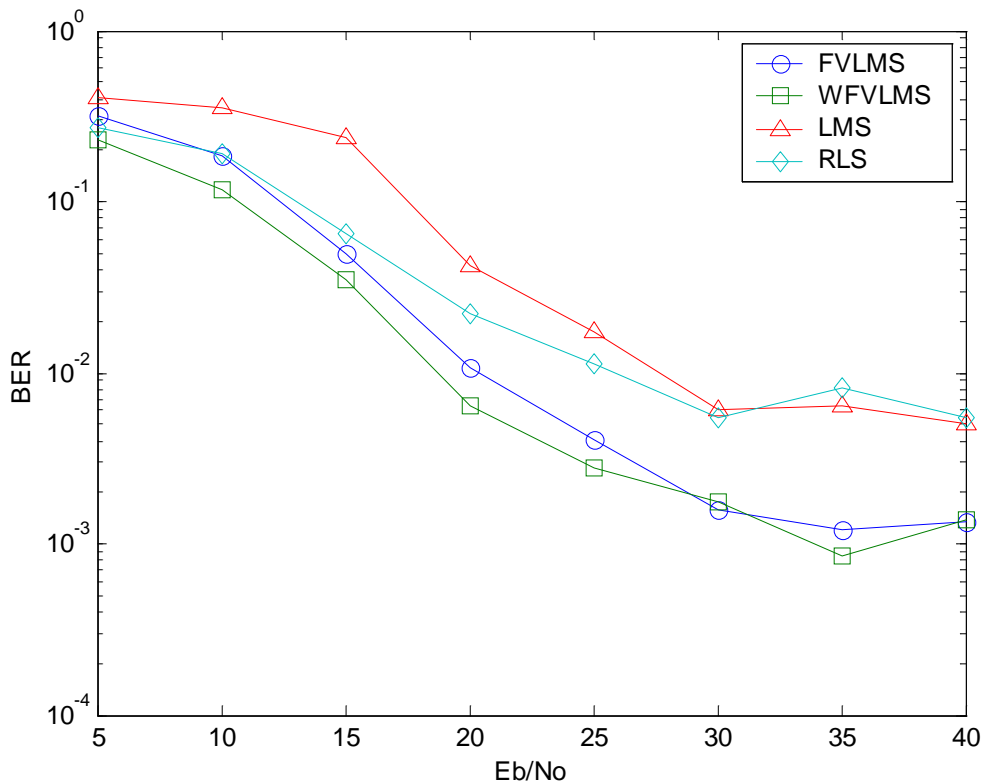
A FIG. 5.6 mostra o desempenho desses quatro algoritmos perante canal com  $f_d T = 1.7E-3$  (velocidade de 50Km/h) e  $\tau = 0.25$ , ordem do AV (V) igual a 2 e modulação PSK-4. Diferentemente do caso ilustrado na FIG. 5.3, onde a única diferença é o valor de  $f_d T$  (lá ele é igual a  $2.7E-4$ ), agora percebe-se claramente uma grande superioridade dos algoritmos FVLMS e WFVLMS em relação aos algoritmos LMS e RLS, sobretudo nos casos em que a razão sinal-ruído é alta. Além disso, o desempenho do algoritmo WFVLMS passa a ser nitidamente superior que o algoritmo FVLMS convencional, confirmando todas as expectativas.



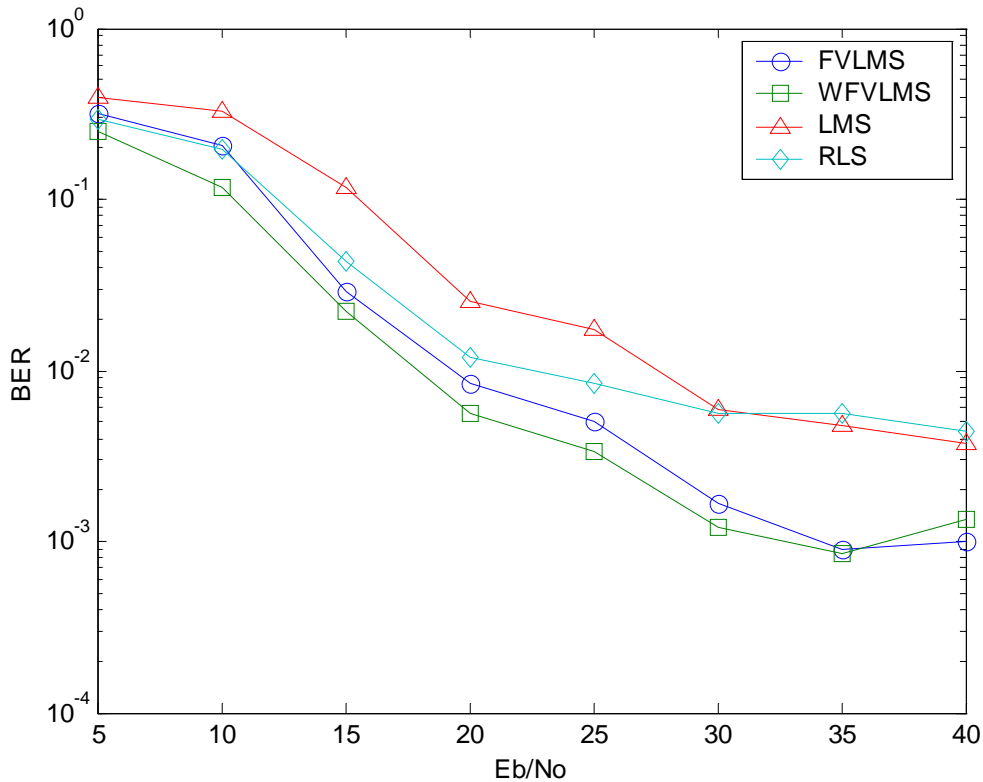
**FIG 5.6 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=0.25$  e  $f_d T=1.7E-3$  (vel. de 50Km/h), e  $V=2$ .**

A FIG. 5.7 mostra o desempenho desses quatro algoritmos perante canal com  $f_d T = 1.7E-3$  (velocidade de 50Km/h) e  $\tau = 0.625$ , ordem do AV (V) igual a 2 e modulação PSK-4. Em relação ao caso anterior, nota-se que o desempenho dos quatro algoritmos melhora, sendo que o desempenho do algoritmo FVLMS aproxima-se bastante do desempenho do algoritmo

WFVLMS, principalmente quando  $E_b/N_0$  é alta. Isso pode ser explicado pelo fato de que o erro de truncamento passa a pesar mais quanto maior for  $E_b/N_0$ , e aí os pesos inerentes ao algoritmo WFVLMS deixam de valer, já que o ruído deixa de ser gaussiano, levando os dois algoritmos a apresentar praticamente o mesmo desempenho, conforme mostra a FIG. 5.8, quando  $\tau=1$ . O mesmo argumento pode ser usado para explicar o melhor desempenho do algoritmo WFVLMS para  $E_b/N_0=35\text{dB}$  que para  $E_b/N_0=40\text{dB}$ , em ambas as figuras: neste caso, a variância do erro de truncamento passa a ser maior que a variância do ruído aditivo, e o algoritmo tem seu desempenho degradado.



**FIG 5.7 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=0.625$  e  $f_d T=1.7E-3$  (vel. de 50Km/h), e  $V=2$ .**



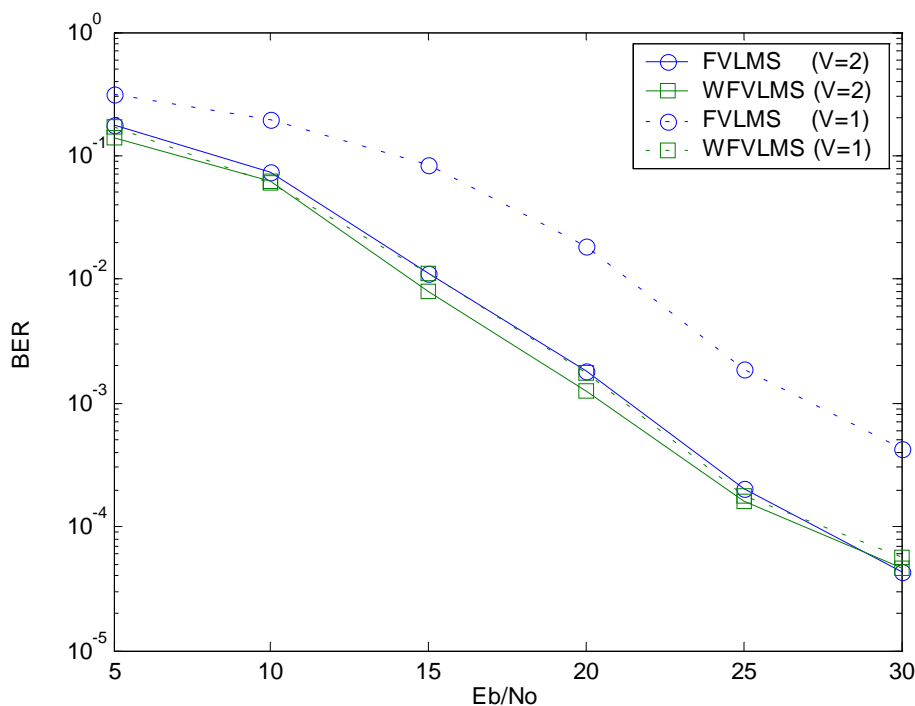
**FIG 5.8 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=1$  e  $f_dT=1.7E-3$  (vel. de 50Km/h), e  $V=2$ .**

### 5.6.3. DESEMPENHO DO RECEPTOR EM FUNÇÃO DA ORDEM DO AV (V)

Os resultados das simulações mostrados até agora foram obtidos com  $V=2$ . Testes preliminares com  $V=1$  mostraram que os algoritmos LMS e RLS tornam-se totalmente ineficazes para os valores de  $f_dT$  adotados, principalmente quando  $f_dT=1.7E-3$  (referente à velocidade de 50Km/h, que é o caso de maior interesse): neste caso, o valor da BER fica próxima a 50%, quaisquer que sejam os valores de  $\tau$  e de  $E_b/N_0$ , indicando que o receptor perde completamente sua capacidade de estimação.

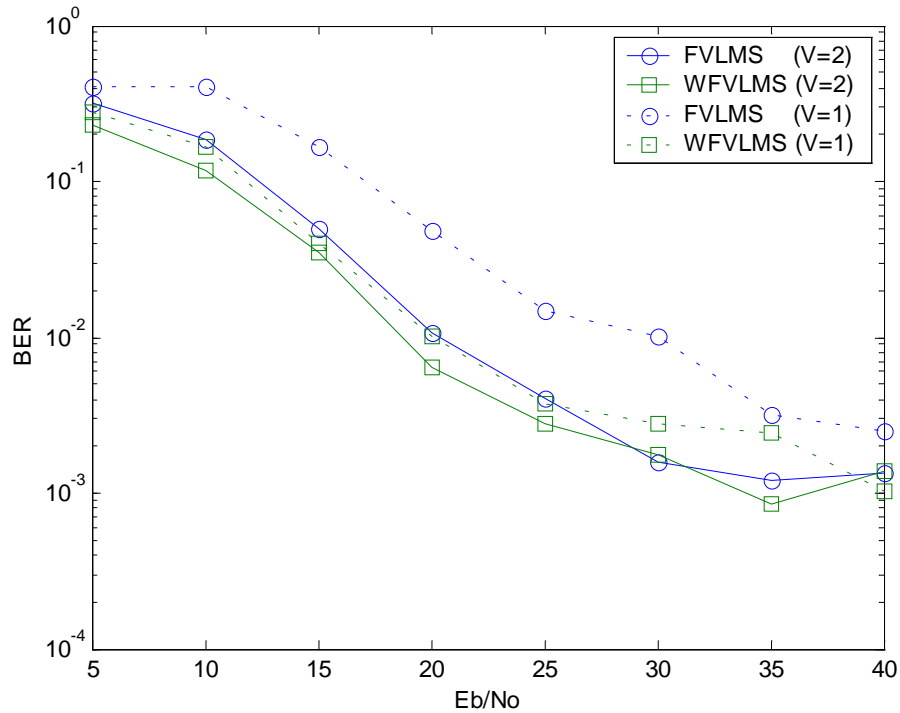
Por outro lado, quando  $V=3$ , não foi percebido nenhuma melhoria significativa no desempenho dos receptores testados; por outro lado, o custo de processamento aumenta em torno de 4 vezes, já que o número de estados da treliça aumenta de 16 para 64. Portanto, conclui-se que não vale a pena mudar a ordem do receptor de 2 para 3.

Enfim, foi visto que  $V=2$  é a melhor opção em função da relação entre desempenho e custo de processamento. Entretanto, dependendo do processador adotado no receptor, o custo de processamento de 16 estados da treliça é muito grande. A FIG. 5.9 mostra o desempenho dos receptores FVLMS-AV-PSP e WFVLMS-AV-PSP perante canal com  $f_d T=2.7E-4$  e  $\tau=0.625$  nos casos em que  $V=1$  e  $V=2$  (modulação PSK-4). Nota-se que o desempenho do algoritmo WFVLMS quando  $V=1$  é muito próximo do seu desempenho quando  $V=2$ , ao contrário do algoritmo FVLMS. Além disso, o desempenho do algoritmo WFVLMS quando  $V=1$  mantém-se muito próximo do desempenho do algoritmo FVLMS quando  $V=2$ . As simulações realizadas com  $\tau=0.25$  e  $\tau=1$  apresentaram o mesmo comportamento. Analogamente, a FIG. 5.10 mostra o desempenho dos receptores FVLMS-AV-PSP e WFVLMS-AV-PSP perante canal com  $f_d T=1.7E-3$  (ao invés de  $2.7E-4$ ) e  $\tau=0.625$  nos casos em que  $V=1$  e  $V=2$  (modulação PSK-4). Novamente, nota-se que o desempenho do algoritmo WFVLMS quando  $V=1$  mantém-se muito próximo do desempenho apresentado pelo algoritmo FVLMS quando  $V=2$ .



**FIG 5.9 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=0.625$  e  $f_d T=2.7E-4$  (vel. de 8Km/h) e receptores FVLMS e WFVLMS, com  $V=1$  e  $V=2$  (modulação PSK-4)**



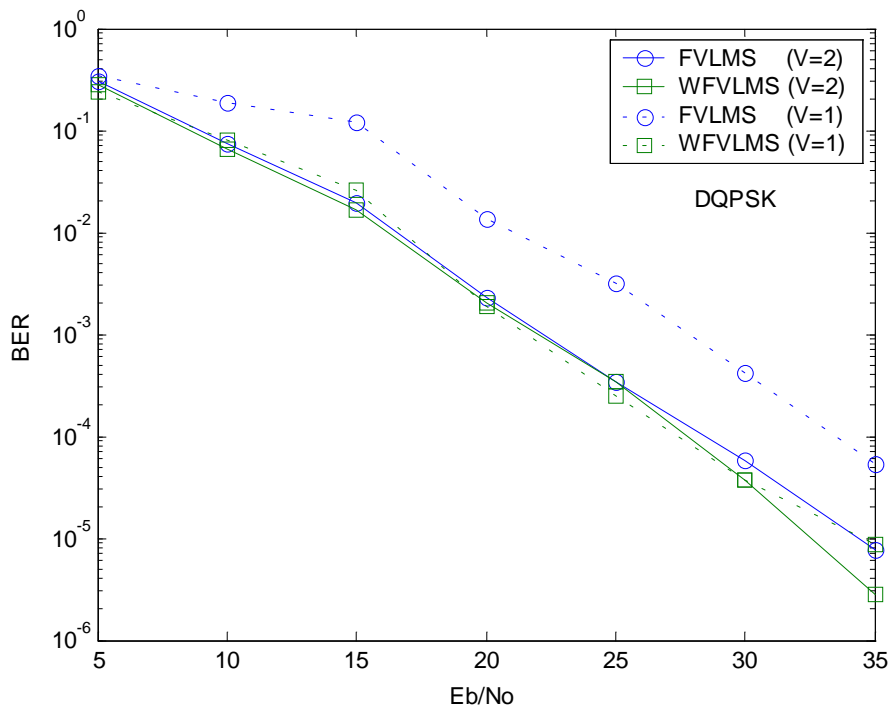


**FIG 5.10 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=0.625$  e  $f_dT=1.7E-3$  (vel. de 50Km/h) e receptores FVLMS e WFVLMS, com  $V=1$  e  $V=2$  (modulação PSK-4)**

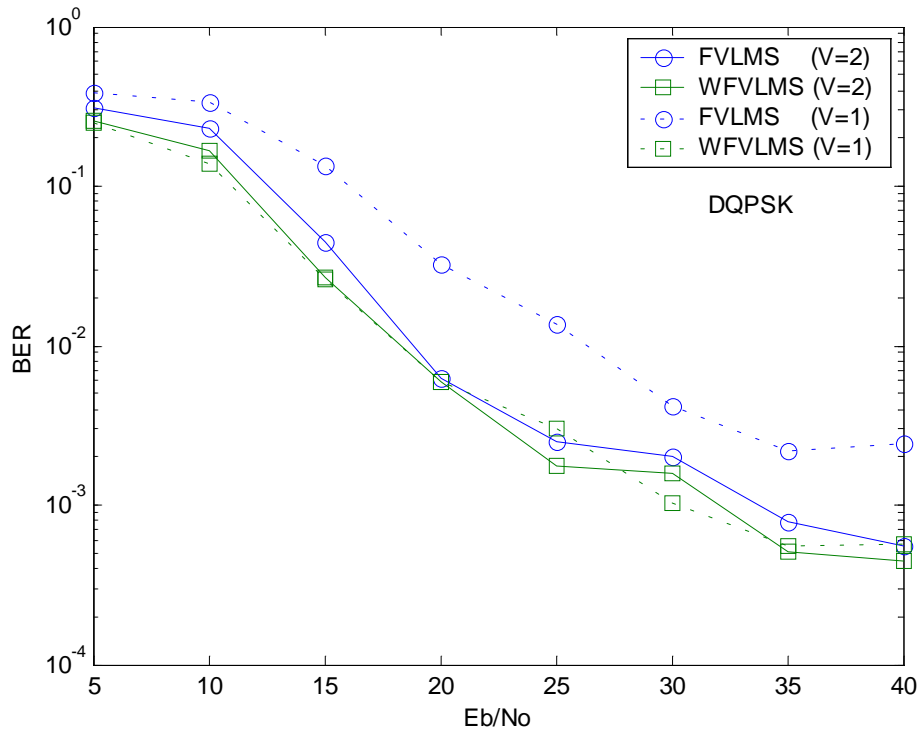
Enfim, o fato do receptor WFVLMS-AV-PSP quando  $V=1$  apresentar praticamente o mesmo desempenho que o receptor FVLMS-AV-PSP quando  $V=2$  seja talvez a maior vantagem do algoritmo WFVLMS em relação ao algoritmo FVLMS, pois embora a equação de adaptação do algoritmo WFVLMS possua um somatório duplo de produtos (ao contrário do algoritmo FVLMS, que possui um somatório simples), fazendo com que a quantidade de multiplicações aumente em torno de 4 vezes (se  $K=4$ ), por outro lado, a redução da ordem do AV de 2 para 1 reduz também em quatro vezes o número de estados da treliça e, conseqüentemente na mesma proporção, a quantidade de testes de transições de estados e a quantidade de memória para armazenar os vetores de símbolos, as métricas acumuladas, os percursos sobreviventes e as estimações do canal relativos a cada um dos estados da treliça. Portanto, normalmente é mais vantajoso se optar por um receptor WFVLMS-AV-PSP de ordem igual a 1 ao invés de um receptor FVLMS-AV-PSP de ordem igual a 2.

Também foram realizadas simulações empregando-se a modulação diferencial QPSK (DQPSK) no lugar da modulação QPSK, com o intuito de mensurar o ganho de desempenho devido ao emprego de modulação diferencial. A FIG. 5.11 mostra o desempenho dos

receptores FVLMS-AV-PSP e WFVLMS-AV-PSP perante canal com  $f_d T = 2.7E-4$  e  $\tau = 0.625$  nos casos em que  $V=1$  e  $V=2$ , assim como na FIG. 5.9, mas com a diferença de agora estar sendo empregada a modulação DQPSK no lugar da modulação QPSK. Analogamente, a FIG. 5.12 apresenta o mesmo tipo de comparação, com a única diferença que  $f_d T = 1.7E-3$ . Comparando as figuras 5.9 e 5.11 (receptor móvel a 8Km/h), nota-se que o desempenho dos algoritmos FVLMS e WFVLMS com o emprego de modulação diferencial aumenta enormemente, atingindo valores de BER abaixo de  $10^{-5}$  para  $E_b/N_0$  acima de 35dB. O mesmo ocorre quando o receptor nove-se a 50Km/h, conforme mostra as figuras 5.10 e 5.12.



**FIG 5.11 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=0.625$  e  $f_d T=2.7E-4$  (vel. de 8Km/h) e receptores FVLMS e WFVLMS, com  $V=1$  e  $V=2$  (modulação DQPSK)**



**FIG 5.12 – BER x  $E_b/N_0$  para canal com  $\tau=0.625$  e  $f_d T=1.7E-3$  (vel. de 50Km/h) e receptores FVLMS e WFVLMS, com  $V=1$  e  $V=2$  (modulação DQPSK)**

#### 5.6.4. TABULAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES

As tabelas a seguir são uma compilação dos resultados obtidos nas simulações de taxa de erros de bits, já mostrados através das FIG. 5.3 a 5.12.

**TAB 5.3 – BER x  $E_b/N_0$  para  $f_d T=2.7E-4$  e  $V=2$**

$E_b/N_0$	BER (x1E-4) $f_d T=2.7E-4$ $V=2$ PSK-4											
	$\tau=0.25$				$\tau=0.625$				$\tau=1$			
	FVLMS	WFVLMS	RLS	LMS	FVLMS	WFVLMS	RLS	LMS	FVLMS	WFVLMS	RLS	LMS
5	1773	1536	2008	1804	1776	1409	1703	1652	2568	2093	2417	2133
10	0980	0617	1006	0872	0742	0617	0753	0648	0483	0509	0547	0359
15	0209	0170	0217	0190	0113	0079	0161	0111	0132	0091	0103	0102
20	0055	0039	0056	0048	0018	0013	0024	0023	8.32	9.48	7.87	7.87
25	0011	7.36	0014	0013	2.04	1.62	4.10	5.32	1.87	1.92	2.26	1.41
30	2.05	1.70	3.51	3.61	0.44	0.46	0.81	1.09	0.08	0.06	0.72	0.74
35	0.64	0.20	1.61	2.18	-	-	-	-	-	-	-	-

**TAB 5.4 – BER x  $E_b/N_0$  dos algoritmos FVLMS e WFVLMS para  $V=1$  e  $2$ , e  $f_dT=2.7E-4$**

$E_b/N_0$	BER (x1E-4) $f_dT=2.7E-4$ $\tau=0.625$							
	PSK-4				DQPSK			
	V=1		V=2		V=1		V=2	
	FVLMS	WFVLMS	FVLMS	WFVLMS	FVLMS	WFVLMS	FVLMS	WFVLMS
5	3081	1707	1776	1409	3376	2368	2977	2856
10	1923	0598	0742	0617	1896	0793	0752	0664
15	0844	0111	0113	0079	1182	0258	0191	0166
20	0187	0017	0018	0013	0134	0018	0023	0021
25	0019	1.81	2.04	1.62	0031	2.53	3.41	3.45
30	4.28	0.56	0.44	0.46	4.16	0.38	0.58	0.37
35	-	-	-	-	0.53	0.09	0.08	0.03

**TAB 5.5 – BER x  $E_b/N_0$  para  $f_dT=1.7E-3$  e  $V=2$**

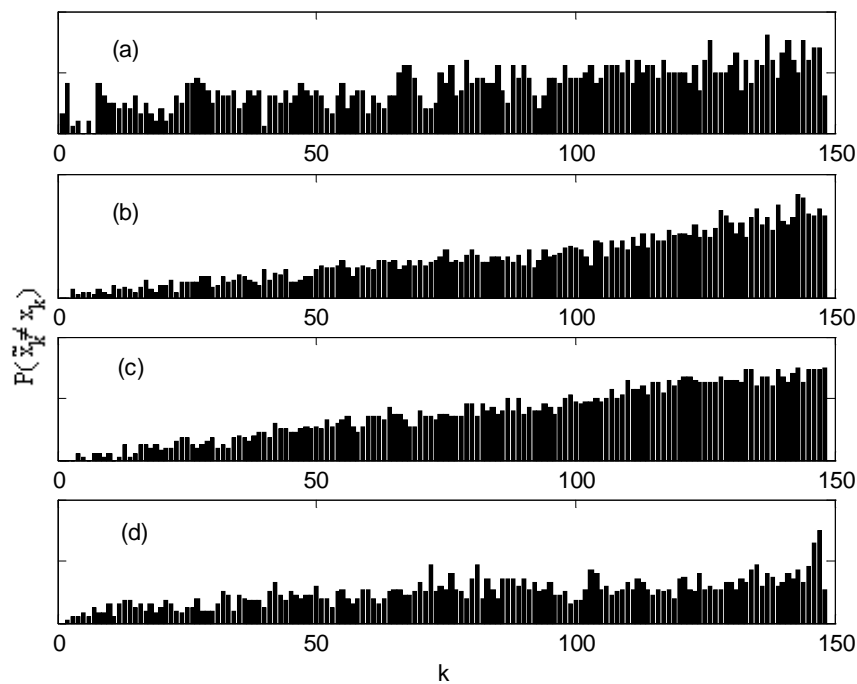
$E_b/N_0$	BER (x1E-4) $f_dT=1.7E-3$ $V=2$ PSK-4											
	$\tau=0.25$				$\tau=0.625$				$\tau=1$			
	FVLMS	WFVLMS	RLS	LMS	FVLMS	WFVLMS	RLS	LMS	FVLMS	WFVLMS	RLS	LMS
5	3051	2690	3112	4407	3192	2284	2730	4035	3193	2521	2925	3942
10	2500	1161	2387	3723	1883	1190	1911	3541	2092	1174	1963	3298
15	0746	0693	0989	1861	0496	0352	0652	2353	0287	0218	0431	1165
20	0324	0169	0424	0934	0106	0064	0219	0419	0084	0056	0120	0254
25	0157	0095	0293	0489	0040	0028	0112	0173	0051	0034	0085	0174
30	0106	0070	0180	0257	0016	0017	0055	0061	0017	0012	0055	0058
35	0039	0031	0153	0145	0012	8.50	0082	0065	9.01	8.54	0055	0048
40	0038	0028	0211	0183	0014	0014	0054	0050	9.91	0014	0044	0037

**TAB 5.6 – BER x  $E_b/N_0$  dos algoritmos FVLMS e WFVLMS para  $V=1$  e  $2$ , e  $f_dT=1.7E-3$**

$E_b/N_0$	BER (x1E-4) $f_dT=1.7E-3$ $\tau=0.625$							
	PSK-4				DQPSK			
	V=1		V=2		V=1		V=2	
	FVLMS	WFVLMS	FVLMS	WFVLMS	FVLMS	WFVLMS	FVLMS	WFVLMS
5	4007	2758	3192	2284	3822	2488	3134	2591
10	4054	1661	1883	1190	3321	1393	2286	1683
15	1650	0401	0496	0352	1349	0263	0445	0265
20	0486	0102	0106	0064	0319	0059	0062	0059
25	0149	0037	0040	0028	0136	0030	0025	0018
30	0103	0028	0016	0017	0041	0010	0020	0016
35	0032	0024	0012	8.50	0022	5.52	7.77	5.16
40	0025	0010	0014	0014	0024	5.62	5.60	4.44

### 5.6.5. DISTRIBUIÇÃO DA INCIDÊNCIA DE ERROS AO LONGO DOS QUADROS

As FIG. 5.13.a-d mostram como os erros incidem dentro dos quadros, quando o receptor emprega o algoritmo WFVLSMS, para o caso em que  $\tau=0.625$  e  $E_b/N_0=20\text{dB}$ . O eixo horizontal refere-se à posição  $k$  do símbolo dentro do quadro, e o eixo vertical indica a frequência de erros em relação ao total. A FIG. 5.13-a mostra a incidência de erros no quadro tendo modulação PSK-4,  $f_dT=2.7E-4$  e  $V=2$ ; a FIG. 5.13-b mostra o caso em que a modulação é PSK-4,  $f_dT=1.7E-3$  e  $V=2$ ; a FIG. 5.13-c mostra a incidência de erros no quadro tendo modulação PSK-4,  $f_dT=1.7E-3$  e  $V=1$ ; a FIG. 5.13-d mostra o mesmo caso que da FIG. 5.13-c, exceto pela modulação, aqui empregada a DQPSK.



**FIG 5.13 – Distribuição da incidência de erros em função da posição  $k$  do símbolo dentro do quadro, para o receptor WFVLSMS-AV-PSP, com  $\tau=0.625T$  e  $E_b/N_0=20\text{dB}$  : a) PSK-4,  $f_dT=2.7E-4$  e  $V=2$ ; b) PSK-4,  $f_dT=1.7E-3$  e  $V=2$ ; c) PSK-4,  $f_dT=1.7E-3$  e  $V=1$ ; d) DQPSK,  $f_dT=1.7E-3$  e  $V=1$**

Nota-se que, quando a frequência Doppler normalizada é mais alta, tanto para o caso em que  $V=1$  e  $V=2$ , a incidência de erros concentra-se mais nos últimos erros do quadro,

diferentemente do caso em que  $f_d T = 2.7E-4$ , em que a distribuição da incidência de erros é mais homogênea. Isso pode ser explicado pelo fato de que, quanto maior for a frequência Doppler normalizada, maior será a dificuldade do algoritmo de filtragem em acompanhar as variações do canal e, com isso, quanto maior o valor de  $k$ , maior a chance do algoritmo se perder neste acompanhamento.

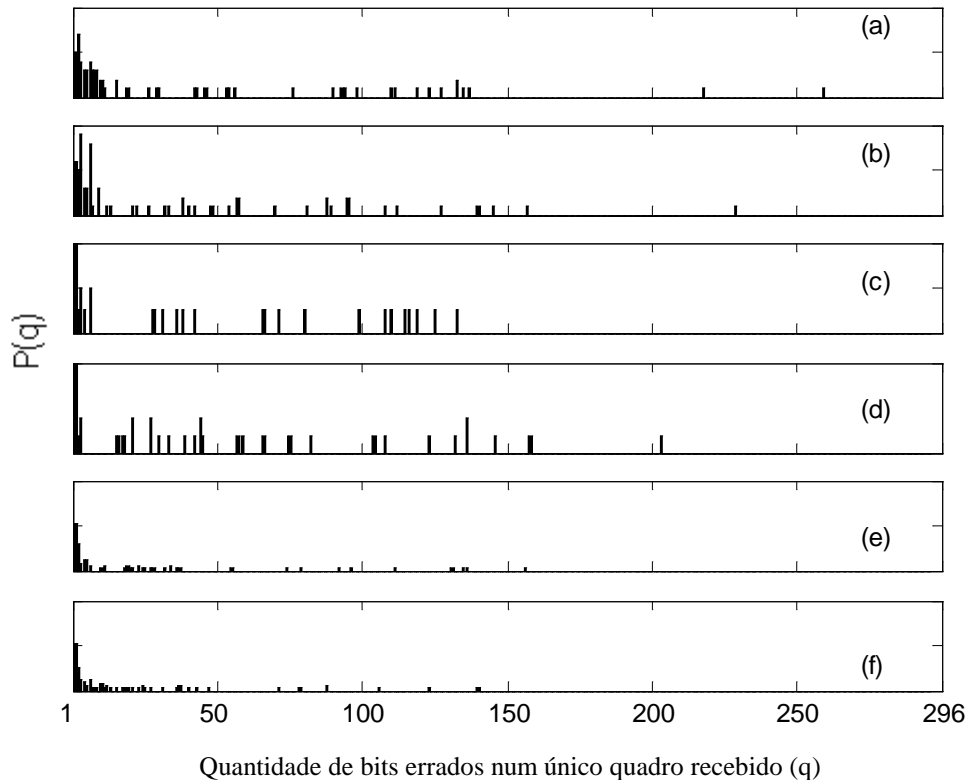
De maneira geral, todos os receptores testados apresentaram o mesmo tipo de comportamento quanto à distribuição da incidência dos erros pelo quadro, variando em função de  $f_d T$  apenas.

#### 5.6.6. FREQUÊNCIA DE ERROS POR QUADRO

As FIG. 5.14.a-f mostram a quantidade de erros ocorrido por quadro recebido, no caso em que  $\tau = 0.625$ ,  $V = 2$ ,  $E_b/N_0 = 20\text{dB}$  e  $f_d T = 1.7E-3$ , para os receptores: a) WFVLS, b) FVLS, c) LMS e d) RLS – todos com modulação PSK-4; e) WFVLS e f) FVLS – com modulação DQPSK. Nota-se que na maior parte dos quadros recebidos pelos algoritmos fracionários (FVLS e WFVLS), houve uma pequena quantidade de bits errados, mas que no caso dos algoritmos não-fracionários (LMS e RLS), grande parte dos quadros recebidos apresentou uma grande quantidade de erros. Entretanto, nota-se também que os maiores picos de erros (maior quantidade de erros num único quadro) foram apresentados pelos algoritmos FVLS e WFVLS, ultrapassando 200 bits errados num único quadro. Foi constatado que, nos casos dos picos apresentados pelos algoritmos FVLS e WFVLS, o vetor de estimação de canal correspondente à seqüência final sobrevivente era quase igual à resposta ao impulso do canal rotacionada de um ângulo de 90 ou 180 graus: ou seja, em determinado instante durante a estimação do quadro, o algoritmo de filtragem era induzido a uma decisão errada que levava a uma rotação da estimação do canal e, como a modulação é PSK-4, os símbolos decididos passavam a ser os símbolos transmitidos de fato com uma rotação oposta. Este problema pode ser minorado utilizando-se o campo CDVCC como uma seqüência de treinamento no meio do quadro, ou empregando modulação diferencial QPSK (DQPSK), conforme mostram as FIG. 5.14.e-f: ao se empregar modulação diferencial, o pico de erros do algoritmo WFVLS caiu de 260 para 155, e o pico de erros do algoritmo FVLS caiu de 227 para 142. Ou seja, percebe-se que o emprego de modulação diferencial reduz

drasticamente a ocorrência de surtos de erros devido a rotações da estimação do canal, o que explica as menores taxas de erros de bits quando empregada a modulação DQPSK no lugar da modulação PSK-4, seja qual for o valor de  $f_d T$ .

Observou-se também que, no exemplo em questão, 96,12% dos quadros foram recebidos sem erros pelo receptor WFVLMS, 95,32% pelo receptor FVLMS, 90,08% pelo algoritmo LMS e 90,76% pelo algoritmo RLS.



**FIG 5.14 – Frequência de bits errados por quadro, para  $\tau=0.625$ ,  $V=2$ ,  $E_b/N_0=20\text{dB}$  e  $f_d T=1.7E-3$ : a)WFVLMS, b)FVLMS, c)LMS, d)RLS (modulação PSK-4); e)WFVLMS, f)FVLMS (modulação DQPSK)**

## 5.7. ESFORÇO COMPUTACIONAL DOS ALGORITMOS

A TAB. 5.7 mostra o tempo de processamento gasto pelos receptores listados para se fazer a estimação de um único quadro, tendo como referência o tempo gasto pelo receptor

FVLMS-AV-PSP com  $K=2$  e  $V=2$ , levando-se em conta não somente o tempo de processamento inerente ao algoritmo de filtragem como também o tempo inerente ao AV.

Os tempos foram extraídos das simulações realizadas através do Matlab, num único computador. Foi verificado que o receptor WFVLMS-AV-PSP, para  $K=2$  e  $V=2$ , demora em torno de 60% mais tempo que o receptor FVLMS-AV-PSP com os mesmos valores dos parâmetros. O receptor mais simples, o LMS, exige apenas 10% do tempo. O receptor RLS, apesar de não ser um receptor fracionário, é o que mais gasta tempo de processamento, devido aos cálculos de matrizes pseudoinversas.

**TAB 5.7 –Esforço computacional dos outros receptores em relação ao receptor FVLMS**

Receptor	Tempo relativo de processamento por quadro
FVLMS-AV-PSP ( $K=2$ e $V=2$ )	1 (referência)
WFVLMS-AV-PSP ( $K=2$ e $V=2$ )	1.6
WFVLMS-AV-PSP ( $K=4$ e $V=2$ )	2.9
WFVLMS-AV-PSP ( $K=4$ e $V=1$ )	0.7
LMS-AV-PSP ( $V=2$ )	0.1
RLS-AV-PSP ( $V=2$ )	3.6

A comparação de maior interesse é entre os tempos gastos pelos receptores WFVLMS-AV-PSP com  $V=1$  e  $K=4$  e FVLMS-AV-PSP com  $V=2$  e  $K=2$ , já que os dois mostraram um desempenho de taxa de erros de bits muito parecidos, sendo que o receptor WFVLMS-AV-PSP com  $V=1$  tem a vantagem adicional de carecer de menos memória (já que o número de estados da treliça diminui de 16 para 4). Novamente, este receptor mostrou-se mais vantajoso, pois foi constatado que ele gasta aproximadamente apenas 70% do tempo gasto pelo outro.

## 5.8. CONCLUSÕES

Neste capítulo, foram testados receptores MLSE-PSP, sob as mesmas condições, com os seguintes algoritmos de filtragem WFVLMS, FVLMS, LMS e RLS. Foi constatado que o desempenho dos algoritmos fracionários (WFVLMS e FVLMS) foi superior que o apresentado pelos algoritmos não-fracionários (LMS e RLS) em todos os casos testados, e que esta superioridade se acentua à medida em que o valor de  $f_d T$  aumenta. O desempenho dos



algoritmos fracionários só não é melhor, principalmente quando a razão sinal-ruído é alta, porque o erro devido ao mau truncamento do pulso básico passa a pesar mais que o próprio ruído na entrada do receptor, impondo assim um limite no desempenho. Isto é mais evidente quando o algoritmo de filtragem adotado é o WFVLS, porque os pesos inerentes ao algoritmo, que são calculados supondo-se uma distribuição gaussiana do erro de estimação, deixam de valer. Entretanto, foi visto que a forma como é feito o truncamento do pulso básico depende da ordem do AV, constituindo-se, portanto, numa limitação dos receptores MLSE-PSP.

Foi visto que a incidência dos erros ao longo do quadro concentra-se mais nos últimos símbolos, sobretudo quando a frequência Doppler é alta, por causa da maior rapidez nas variações do canal: naturalmente, as chances de falhas do receptor aumentam do primeiro ao último símbolo. Além disso, foi visto que apesar da superioridade dos algoritmos fracionários em relação aos não-fracionários, foram os algoritmos FVLS e WFVLS que apresentaram os maiores picos de erros de bits num mesmo quadro: foi constatado que, nestes casos, a estimação do canal em determinado instante sofreu uma rotação múltipla de  $360/M=90$  graus ( $M=4$ ), fazendo com que o receptor estimasse por símbolos com uma rotação de ângulo oposto em relação aos símbolos de fato transmitidos, ocasionando portanto um erro sistemático nas decisões. Nesse sentido, o desempenho dos receptores pode ser melhorado se o campo CDVCC for empregado como uma mini seqüência de treinamento no meio do quadro, explorando-se assim o fato de este campo permanecer inalterado durante uma conversação, ou empregando-se um esquema de modulação diferencial (no caso, modulação DQPSK em vez de QPSK), conforme mostrado.

Verificou-se ainda que o algoritmo WFVLS apresenta, na maioria dos casos, desempenho superior que do algoritmo FVLS. Esta superioridade é acentuada quanto maior for o valor da frequência Doppler e menor for a razão sinal-ruído. Além disso, o desempenho do receptor WFVLS melhora quando o valor de K aumenta de 2 para 4, ao contrário do receptor FVLS convencional.

Quanto ao desempenho dos receptores em função da ordem do AV, foi verificado que o desempenho dos receptores não-fracionários degenera-se completamente quando o valor de  $f_d T$  é alto, caso  $V=1$ . Para  $V>2$ , não foi constatado aumento relevante no desempenho dos receptores testados, embora o esforço computacional aumente enormemente, já que o número de estados na treliça aumenta de forma exponencial em função do valor de V. Certamente, a grande vantagem do algoritmo WFVLS em relação ao algoritmo FVLS é o fato de o

receptor WFVLSM-AV-PSP com  $K=4$  e  $V=1$  apresentar praticamente o mesmo desempenho que o receptor FVLSM-AV-PSP com  $K=2$  e  $V=2$ , com as vantagens adicionais de ele exigir menos memória (já que o número de estados da treliça cai de 16 para 4) e de gastar 30% menos tempo na tarefa de estimar um quadro, em relação ao outro.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização deste trabalho foi motivada pela curiosidade em verificar - através da análise de resultados obtidos em simulações - se o desempenho dos algoritmos Fractional Variable-Gain Least Mean Squares (FVLMS) e Orthogonal Variable-Gain Least Mean Squares (OVLMS) era realmente tão bom perante canais com desvanescimento por multipercursos quanto o defendido por Denno [Denno & Saito, 1999]. Esta motivação se justifica pela fundamental relevância dos algoritmos de filtragem adaptativa na qualidade dos receptores de estimação de seqüência por máxima verossimilhança (MLSE) com processamento por percurso sobrevivente (PSP), no combate à Interferência entre Símbolos (IES), que é o principal problema causado pelo fenômeno de desvanescimento por multipercursos.

Por se tratar de algoritmos fracionários (isto é, que processam mais de uma amostra por intervalo entre símbolos), os algoritmos FVLMS e OVLMS incorporam novos conceitos em relação aos algoritmos não-fracionários, tais como:

- Exploração do conhecimento a priori dos filtros de transmissão e de recepção;
- Diversidade temporal implícita à superamostragem;
- Desassociação da estimação da resposta ao impulso do canal da resposta ao impulso conjunta dos filtros transmissor e receptor.

Estas diferenças entre os algoritmos fracionários e não-fracionários conferem aos primeiros maior flexibilidade e poder de acompanhamento das variações do canal. Kubo [Kubo, 1994] afirma que, ao se fazer uso do conhecimento a priori da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção, o algoritmo tem sua capacidade de estimar e de acompanhar as variações do canal aumentada.

Uma pequena contribuição deste trabalho foi a introdução do parâmetro de retardo máximo admitido ( $J$ ) à definição original da matriz de resposta ao impulso conjunta  $\mathbf{H}_{i/K}$  apresentada por Denno. Dessa forma, o canal pode ser visto como a composição de  $L$  raios igualmente espaçados no tempo, sendo que o retardo entre o primeiro e o último é de  $J$  intervalos entre símbolos. Isto confere ao algoritmo a flexibilidade de ajuste em função do retardo máximo observado no perfil de retardos do canal, de forma a otimizar seu desempenho.

Durante a apresentação das equações do algoritmo FVLMS, foi destacado o fato de que, apesar das semelhanças com o tradicional algoritmo não-fracionário LMS, ele pode ser visto como uma simplificação do algoritmo RLS, já que ambos são desenvolvidos a partir das equações normais [Haykin, 1996]. Foi visto que o ponto-chave no desenvolvimento do algoritmo FVLMS reside na hipótese de que a seqüência de símbolos transmitida é ergódica e a modulação é do tipo PSK (ou qualquer esquema de modulação com simetria na constelação de símbolos), o que permitiu aproximar a matriz resultante do produto entre o vetor de símbolos e seu hermitiano por uma matriz identidade.

Em seguida, foi apresentado o desenvolvimento do algoritmo OVLMS, a partir do algoritmo FVLMS. Nele, a matriz autocorrelação da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção é transformada numa matriz-diagonal, através da decomposição em valores singulares. Com isso, o algoritmo OVLMS exige menos operações matemáticas que o algoritmo FVLMS comum. O vetor de estimação do canal do algoritmo OVLMS pertence a um espaço linear isométrico ao espaço linear referente ao algoritmo FVLMS. Conseqüentemente, os erros de estimação obtidos por ambos os algoritmos são iguais. Logo, ambos os algoritmos apresentam, sob as mesmas condições de operação, desempenho igual, já que o critério de decisão para estimação dos símbolos nos receptores MLSE-PSP é baseado no módulo destes erros ao quadrado.

Em seguida, foram realizadas diversas simulações com o algoritmo FVLMS quanto ao erro quadrático médio em recepção de seqüências de símbolos conhecidas, o que permitiu estabelecer critérios e sugerir procedimentos para a escolha dos diversos parâmetros que determinam o seu comportamento, relacionados a seguir:

- L (número de coeficientes do filtro adaptativo);
- N (tamanho do vetor de símbolos);
- J (retardo máximo admitido pelo canal);
- P (parâmetro para o truncamento da resposta ao impulso conjunta dos filtros);
- K (número de amostras por intervalo entre símbolos);
- $\mu$  (fator de esquecimento).

Uma análise à luz do Teorema da Decomposição Espectral permitiu estabelecer uma relação entre os parâmetros L e J quando a resposta ao impulso conjunta dos filtros transmissor e receptor é do tipo cosseno levantado. A decomposição em valores singulares permite o truncamento da matriz autocorrelação da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção, de forma a se aproveitar apenas seus autovalores mais

significativos, reduzindo-se ainda mais as operações matemáticas exigidas pelo algoritmo OVLMS e tornando-o ainda mais eficaz.

Foi visto que o valor do parâmetro  $L$  deve ser escolhido de maneira diretamente proporcional ao valor de  $J$ , embora quanto maior for  $L$ , pior será o condicionamento da matriz autocorrelação (caracterizado por uma razão alta entre o maior e o menor autovalores), o que resultará numa redução da capacidade de acompanhamento das variações do canal por parte do algoritmo. Para valores de  $J$  entre 1.0 e 2.0, valores de  $L$  considerados bons são 4 ou 5.

O valor de  $N$  depende da memória da resposta ao impulso conjunta dos filtros. Em se tratando da resposta ao impulso do tipo cosseno levantado com fator de decaimento  $\alpha$ ,  $N$  é inversamente proporcional a  $\alpha$ . Concomitantemente, os parâmetros  $J$ ,  $P$  e  $N$  determinam como o pulso básico é truncado, dependendo do valor do retardo entre raios. Caso estes parâmetros não tenham seus valores escolhidos adequadamente, o algoritmo FVLMS pode apresentar desempenhos diferentes para diversos valores de  $\tau$ . A partir desses testes, foi sugerido um procedimento para a escolha dos valores de  $P$  e de  $N$  (após já realizada a escolha dos valores de  $J$  e de  $L$ ) de forma que o algoritmo FVLMS mantivesse o mesmo desempenho em toda a faixa de retardos admitida. Em seguida, diversos testes de erro quadrático médio foram realizados com o objetivo de se levantar empiricamente os melhores valores do fator de esquecimento  $\mu$  em função do desvio Doppler normalizado  $f_d T$ . Por exemplo, se o receptor móvel (RM) estiver se movimentando a uma velocidade de 8Km/h em relação à estação radiobase (ERB), o que corresponde a  $f_d T = 2.7E-4$ , o valor ideal de  $\mu$  deverá estar em torno de 0.2; se o RM estiver se movimentando a uma velocidade de 50Km/h em relação à ERB, o que corresponde a  $f_d T = 1.7E-3$ , o valor ideal de  $\mu$  deverá estar em torno de 0.3.

Ficou constatado que o desempenho do algoritmo FVLMS é o mesmo tanto para  $K=2$  quanto para  $K=4$ : ou seja, o aumento da taxa de amostragem não traz melhoria em seu desempenho. Isto pode ser explicado pelo fato de que, no desenvolvimento do algoritmo FVLMS, supõe-se que os erros de estimação dos símbolos sejam estatisticamente independentes entre si, o que não condiz com a realidade, já que os erros são causados predominantemente pelo ruído colorido após o filtro de recepção. Esta falha de modelagem motivou o desenvolvimento do algoritmo Weighted FVLMS (WFVLMS). Nele, a dependência estatística entre os erros de estimação dos símbolos recebidos é explorada. Comparando-se as equações dos algoritmos FVLMS e WFVLMS, nota-se que o algoritmo FVLMS pode ser considerado como um caso particular do algoritmo WFVLMS em que a matriz de ponderação  $\mathbf{P}$  é igual à matriz-identidade  $\mathbf{I}$ . O algoritmo WFVLMS apresentará

desempenho ótimo, segundo o critério ML, se a matriz  $\mathbf{P}$  for igual ao inverso da matriz autocorrelação dos  $K$  erros de estimação referentes a um mesmo intervalo entre símbolos. Admitindo-se que o erro de truncamento inerente ao algoritmo seja desprezível e que, então, os erros de estimação sejam provocados apenas pelo ruído na entrada do filtro de recepção, e supondo ainda que este ruído é um processo estocástico branco e com distribuição gaussiana, então os elementos da matriz  $\mathbf{P}$  podem ser calculados exclusivamente a partir da resposta ao impulso do filtro de recepção.

O algoritmo WFVLSM apresentou melhor desempenho que o algoritmo FVLSM em todas as situações testadas, exceto em alguns casos em que a razão sinal-ruído era muito alta e o erro de truncamento do pulso básico passava a pesar mais que o ruído gaussiano, o que induzia o algoritmo a erros. Além disso, ao contrário do algoritmo FVLSM, o desempenho do algoritmo WFVLSM melhora com o aumento de  $K$ , conforme foi visto tanto através dos testes de erro quadrático médio quanto através das simulações de taxa de erros de bits.

Finalmente, foram realizadas várias simulações de taxa de erros de bits em função da razão sinal-ruído, comparando o desempenho dos receptores MLSE-PSP tendo os seguintes algoritmos de filtragem: FVLSM, WFVLSM, LMS e RLS. Foi constatado que o desempenho dos algoritmos fracionários (WFVLSM e FVLSM) foi superior que o apresentado pelos algoritmos não-fracionários (LMS e RLS) em todos os casos testados, e que esta superioridade se acentua à medida em que o valor da frequência Doppler aumenta. O desempenho dos algoritmos fracionários só não é melhor (principalmente quando a razão sinal-ruído é alta) porque o erro devido ao truncamento do pulso básico passa a pesar mais que o próprio ruído na entrada do receptor. Isto é mais evidente quando o algoritmo de filtragem adotado é o WFVLSM, porque os pesos inerentes ao algoritmo, que são calculados supondo-se uma distribuição gaussiana do erro de estimação, deixam de valer. Entretanto, foi visto que a forma como é feito o truncamento do pulso básico depende da ordem do algoritmo de Viterbi (AV), constituindo-se, portanto, numa limitação dos receptores MLSE-PSP.

Verificou-se que a incidência dos erros ao longo do quadro concentra-se mais nos últimos símbolos, sobretudo quando a frequência Doppler é alta, por causa da maior rapidez de variação do canal. Além disso, foi visto que, apesar da superioridade dos algoritmos fracionários em relação aos não-fracionários, os algoritmos FVLSM e WFVLSM apresentaram os maiores picos de erros de bits num mesmo quadro: foi constatado que, nesses casos, a estimação do canal em determinado instante sofreu uma rotação de 90 ou 180 graus, fazendo com que o receptor estimasse por símbolos rotacionados de ângulo oposto,

ocasionando portanto um erro sistemático nas decisões. Nesse sentido, no caso particular do sistema TIA/EIA-UWC-136, o desempenho dos receptores pode ser melhorado se o campo CDVCC no meio do quadro TDMA for empregado como uma mini seqüência de treinamento, explorando-se assim o fato de este campo permanecer inalterado durante uma conversação; ou ainda empregando-se modulação diferencial, ou seja, empregando-se modulação DQPSK no lugar da modulação QPSK, conforme mostraram as simulações.

Foi constatado que o algoritmo WFVLMS apresenta, na maioria dos casos, desempenho superior que o do algoritmo FVLMS. Esta superioridade se acentua à medida em que o valor da frequência Doppler aumenta e o valor da razão sinal-ruído diminui. Além disso, o desempenho do receptor WFVLMS melhora quando o valor de  $K$  aumenta de 2 para 4, ao contrário do receptor FVLMS convencional.

Quanto ao desempenho dos receptores MLSE-PSP em função da ordem do AV, foi verificado que o desempenho dos receptores não-fracionários com  $V=1$  degenera-se completamente quando o valor de  $f_d T$  é alto. Com  $V>2$ , não foi constatado aumento relevante no desempenho dos receptores testados, embora o esforço computacional tenha aumentado enormemente, já que o número de estados na treliça aumenta de forma exponencial em função do valor de  $V$ . Certamente a grande vantagem do algoritmo WFVLMS em relação ao algoritmo FVLMS é o fato de o receptor WFVLMS-AV-PSP com  $K=4$  e  $V=1$  apresentar praticamente o mesmo desempenho que o receptor FVLMS-AV-PSP com  $K=2$  e  $V=2$ , com as vantagens adicionais de ele exigir menos memória (já que o número de estados da treliça cai de 16 para 4) e de gastar 30% menos tempo na tarefa de estimar um quadro, em relação ao outro.

Enfim, esta tese trata dos algoritmos do tipo FVLMS (FVLMS comum, OVLMS e WFVLMS). Foi visto que os algoritmos FVLMS apresentam desempenho superior que dos algoritmos não-fracionários (particularmente os algoritmos LMS e RLS). O desempenho destes algoritmos depende de uma escolha criteriosa dos valores dos parâmetros que determinam seu comportamento. Através da análise dos resultados de diversas simulações realizadas, foram estabelecidos critérios para se escolher esses valores adequadamente, em função das condições do canal e das respostas ao impulso dos filtros de transmissão e de recepção.

Os apêndices A e B tratam, de maneira unificada, do desenvolvimento dos algoritmos FVLMS e WFVLMS: o primeiro mostra a dedução das equações normais para receptores com superamostragem; o segundo trata do desenvolvimento do algoritmo WFLMS (e do algoritmo

FVLMS comum como um caso particular) a partir das equações normais. A fim de se continuar as pesquisas iniciadas no presente trabalho, e com o intuito eliminar as limitações encontradas, alguns temas de trabalhos são sugeridos:

- Pesquisar algoritmos de busca alternativos ao AV que, de preferência, eliminem a necessidade de se estabelecer o truncamento do pulso básico em função da ordem do algoritmo de busca;
- Adaptar o algoritmo WFVLMS eliminando-se a restrição de que apenas os K erros de estimação processados durante uma iteração estejam restritos a um mesmo intervalo entre símbolos T, de forma que a dependência estatística entre erros de estimação fora deste intervalo de tempo também seja explorada;
- Desenvolver o algoritmo WOVLMS a partir do algoritmo WFVLMS, de forma análoga ao desenvolvimento do algoritmo OVLMS a partir do algoritmo FVLMS.



## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BELLO, P. A.: **Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels**. IEEE Trans. on Comm. Sys., Vol. CS-11, pp 360-393, Dez. 1963

BERRUTO, GUDMUNDSON, MENOLASCINO, MOHR e PIZARROSO: **Research Activities on UMTS Radio Interface, Network Architectures and Planning**. IEEE Com. Mag., Fev. 1998

BRANDÃO, João Célio: **Princípios da Transmissão Digital**, CETUC/PUC-RJ, 1999

CARLSON, A. Bruce: **Communication Systems**, 3ª edição. McGraw-Hill, 1986

CHAUDHURY, MOHR e ONOE: **The 3GPP Proposal for IMT-2000**. IEEE Com. Magazine, Dez. 1999

CHOU, Wai P. e MCLANE Peter J.: **16-State Nonlinear Equalizer for IS-54 Digital Cellular Channels**, IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 45, nº1, Fev.1996

DENNO S. e SAITO Y.: **Orthogonal-Transformed Variable-Gain Least Mean Squares (OVLMS) Algorithm for Fractional Tap-Spaced Adaptive MLSE Equalizers**, IEEE Transactions on Communications, vol. 47, nº8, Ago. 1999

DINIZ, Paulo S. R.: **Adaptive Filtering**. Kluwer Academic Publishers, 1997

FORNEY G. D.: **The Viterbi Algorithm**, IEEE Proceedings, vol. 61, 1973

FUKAWA K. e SUZUKI H.: **Recursive least squares adaptive algorithm maximum likelihood sequence estimation: RLS-MLSE—An application of maximum likelihood estimation theory to mobile radio**, *Trans. IEICE B*, vol. J76-B-II, no. 4, 1993

GOLUB, Gene H. e VAN LOAN, Charles F.: **Matrix Computations**, 3ª edição. Johns Hopkins, 1996

GUIMARÃES, A. G., SILVA, C. J. A., GALDINO, J.F. e PINTO, E. L.: **Comparação de Desempenho de Simuladores de Canais com Desvanescimento Rápido, Parte I – Avaliação Numérica**, Instituto Militar de Engenharia, 2000

GUIMARÃES, Alberto G.: **Modelagem e Simulação de Canais Rádio Móveis**. Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica do IME, 1998

HAMIED, Khalid A. e STÜBER, Gordon L.: **An Adaptive Truncated MLSE Receiver for Japanese Personal Digital Cellular**, IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 45 n° 1, Fev. 1996

HAYKIN, Simon: **Adaptive Filter Theory**, 3ª edição. Prentice Hall, 1996

HOFFMAN, K. e KUNZE, R.: **Álgebra Linear**. Ed. Polígono, 1971

JAKES, W. C.: **Microwave Mobile Communications**. Wiley, 1974

KUBO, Hiroshi, MURAKAMI, Keishi e FUJINO, Tadashi: **An Adaptive Maximum-Likelihood Sequence Estimator for Fast Time-Varying Intersymbol Interference Channels**, IEEE Transactions on Communications, vol. 42 n° 2/3/4, Fev./Mar./Abr. 1994

LIMA, André G. M.: **Técnicas de Acesso para Sistemas de Terceira Geração**. Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica do IME, 1999

MÜLLER, Andreas: **Simulation of Multipath Fading Channels using the Monte-Carlo Method**, IEEE 1994

OPPENHEIM, Alan V., SCHAFER, Ronald W. e BUCK, John R.: **Discrete-Time Signal Processing**, 2ª edição. Prentice Hall, 1999

PANAZIO, Cristiano: **Decodificação Turbo em Receptores MLSE-PSP**, Tese de Doutorado, Unicamp, 2001

PAPOULIS, Athanasios: **Probability, Random Variables and Stochastic Processes**, 3ª edição. McGraw-Hill, 1991

PARSONS, J. D.: **The Mobile Radio Propagation Channel**, John Wiley & Sons, 1992

PROAKIS, John G.: **Digital Communications**, 3<sup>a</sup> edição. McGraw-Hill, 1995

QUI Z. Q., USUI S. e ABE K.: **An adaptive LMS algorithm with a quick tracking property for time-varying parameter estimation**, *Trans. IEICE A*, vol. J72-A, no. 7, 1989

RAPPAPORT, Theodore S.: **Wireless Communications**. Prentice Hall, 1996

SHIRATO, Yushi, KOBAYASHI, Kiyoshi e DENNO, Satoshi: **100-Mbit/s Single-Chip Q-VLMS MLSE Equalizer LSI for TDMA Mobile Radio Communications**, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 36 n<sup>o</sup> 8, Ago. 2001

VAN TREES, L. H.: **Detection, Estimation and Modulation Theory**. (volume 1) John Wiley & Sons, 1968

VITERBI, A. J.: **Convolutional Codes and Their Performance in Communications Systems**, *IEEE Transactions on Communications Technology*, vol. COM-19, Out. 1971

## 8. APÊNDICES

## 8.1. APÊNDICE A: EQUAÇÕES NORMAIS PARA RECEPÇÃO COM SUPERAMOSTRAGEM

Seja  $\{z_{n+i/K}\}$ ,  $n=1,2,\dots$  e  $i=0,1,\dots,K-1$  uma seqüência complexa representando, em banda básica, um sinal recebido amostrado após o filtro de recepção, a uma taxa de  $K$  amostras por intervalo entre símbolos  $T$ , nos instantes  $(n+i/K)T+t_0$ , sendo  $t_0$  o instante inicial de amostragem. Suponha que a estimação da resposta ao impulso do canal  $\mathbf{W}_k$  seja feita apenas uma vez a cada  $k$ -ésimo intervalo entre símbolos. Então o erro a posteriori  $\varepsilon_{n+i/K}^k$  do sinal amostrado no instante  $n+i/K$  em relação à estimação do canal feita no instante  $k$ ,  $k > n+i/K$ , é

$$\varepsilon_{n+i/K}^k = z_{n+i/K} - \mathbf{W}_k^H \mathbf{S}_{n+i/K} \quad (\text{A.1})$$

onde  $\mathbf{S}_{n+i/K}$  representa a estimação do sinal transmitido no instante  $n+i/K$ . Tanto  $\mathbf{W}_k$  quanto  $\mathbf{S}_{n+i/K}$  são vetores-coluna de dimensão  $L$ . O vetor  $\mathbf{S}_{n+i/K}$  é dado por

$$\mathbf{S}_{n+i/K} = \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{X}_n \quad (\text{A.2})$$

onde  $\mathbf{X}_n = [x_n \ x_{n-1} \ \dots \ x_{n-N+1}]^T$  é vetor-coluna de dimensão  $N$ , representando a estimação dos  $N$  últimos símbolos complexos transmitidos, e  $\mathbf{H}_{i/K}$  é matriz de dimensão  $L \times N$ , representando a resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção. A definição de  $\mathbf{H}_{i/K}$  é dada pela equação 2.16, reapresentada a seguir

$$\mathbf{H}_{i/K} = \begin{bmatrix} h_{i/K} & h_{i/K+1} & \dots & h_{i/K+(N-1)} \\ h_{i/K-J/(L-1)} & h_{i/K+1-J/(L-1)} & \dots & h_{i/K+(N-1)-J/(L-1)} \\ h_{i/K-2J/(L-1)} & h_{i/K+1-2J/(L-1)} & \dots & h_{i/K+(N-1)-2J/(L-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{i/K-J} & h_{i/K+1-J} & \dots & h_{i/K+(N-1)-J} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

onde  $J$  é o máximo retardo do canal admitido pelo receptor, e  $h_x = h(x)$ , onde  $h(\cdot)$  é a resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção.

Seja  $\mathbf{E}_n^k = [\varepsilon_n^k \ \varepsilon_{n+1/K}^k \ \dots \ \varepsilon_{n+(K-1)/K}^k]$  vetor-linha de dimensão  $K$ , cujos os elementos são os  $K$  erros a posteriori referentes ao  $n$ -ésimo símbolo em relação ao instante  $k$ , e seja  $C(k)$  uma função-custo real e positiva que se deseja minimizar, dada pela seguinte expressão

$$C(k) = \sum_{n=1}^k \beta(n, k) \mathbf{E}_n^k \mathbf{P} (\mathbf{E}_n^k)^H \quad (\text{A.4})$$

onde  $\beta(n, k)$  é uma função qualquer real e positiva, e  $\mathbf{P}$  é uma matriz quadrada qualquer, hermitiana e de dimensão  $K$ , denominada matriz de ponderação. A exigência de que a matriz  $\mathbf{P}$  seja hermitiana garante que a função  $C(k)$  seja real e positiva para todo vetor  $\mathbf{E}_n^k$ . Substituindo a definição do erro a posteriori dada pela EQ. A.1 na EQ. A.4, tem-se

$$C(k) = \sum_{n=1}^k \beta(n, k) \left[ \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} (z_{n+i/K} - \mathbf{W}_k^H \mathbf{S}_{n+i/K}) (z_{n+j/K} - \mathbf{W}_k^H \mathbf{S}_{n+j/K})^* \right] \quad (\text{A.5})$$

onde  $p_{ij}$  é o elemento da  $i$ -ésima linha e  $j$ -ésima coluna da matriz  $\mathbf{P}$ . Distribuindo o produto do somatório duplo na equação A.5, tem-se

$$C(k) = \sum_{n=1}^k \beta(n, k) \left\{ \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \left[ z_{n+i/K} z_{n+j/K}^* - z_{n+i/K} \mathbf{S}_{n+j/K}^H \mathbf{W}_k - z_{n+j/K}^* \mathbf{W}_k^H \mathbf{S}_{n+i/K} + \mathbf{W}_k^H \mathbf{S}_{n+i/K} \mathbf{S}_{n+j/K}^H \mathbf{W}_k \right] \right\} \quad (\text{A.6})$$

Observando a EQ. A.5, nota-se que a função-custo  $C(k)$  depende apenas da estimação da resposta ao impulso do canal  $\mathbf{W}_k$  no instante  $k$ . Aqui, o objetivo é encontrar o valor de  $\mathbf{W}_k$  que minimize o valor de  $C(k)$ : ou seja, encontrar o valor para  $\mathbf{W}_k$  que melhor se ajusta para toda a seqüência transmitida até o instante  $k$ . Calculando o gradiente da função-custo  $C(k)$  em relação ao vetor  $\mathbf{W}_k$  e igualando-o a zero, tem-se

$$\nabla C(k) = \sum_{n=1}^k \beta(n, k) \left\{ \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \left[ -z_{n+i/K} \mathbf{S}_{n+j/K}^H + \mathbf{W}_k^H \mathbf{S}_{n+i/K} \mathbf{S}_{n+j/K}^H \right] \right\} = \mathbf{0} \quad (\text{A.7})$$

Finalmente, isolando as parcelas do somatório e conjugando os dois lados da equação A.7, o valor de  $\mathbf{W}_k$  é dado por

$$\mathbf{W}_k = \left( \sum_{n=1}^k \beta(n, k) \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{S}_{n+i/K} \mathbf{S}_{n+j/K}^H \right)^{-1} \left( \sum_{n=1}^k \beta(n, k) \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{n+i/K}^* \mathbf{S}_{n+j/K} \right) \quad (\text{A.8})$$

a equação A.8 pode ser reescrita da seguinte forma

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{\Phi}^{-1}(k) \mathbf{\Theta}(k) \quad (\text{A.9})$$

onde

$$\mathbf{\Phi}(k) = \left( \sum_{n=1}^k \beta(n, k) \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{S}_{n+i/K} \mathbf{S}_{n+j/K}^H \right) \quad (\text{A.10})$$

e

$$\mathbf{\Theta}(k) = \left( \sum_{n=1}^k \beta(n, k) \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{n+i/K}^* \mathbf{S}_{n+j/K} \right) \quad (\text{A.11})$$

A EQ. A.8 é chamada de equação normal para recepção com superamostragem.

## 8.2. APÊNDICE B: DEDUÇÃO DO ALGORITMO WFVLS A PARTIR DAS EQUAÇÕES NORMAIS PARA RECEPÇÃO COM SUPERAMOSTRAGEM

Seja a função de ponderação  $\beta(n,k)$  dada por

$$\beta(n,k) = \lambda^{k-n} = (1-\mu)^{k-n} \quad (\text{B.1})$$

onde  $\lambda=1-\mu$  é um número real positivo ligeiramente menor que a unidade: o parâmetro  $\mu$  é chamado de fator de esquecimento e seu valor é positivo e próximo de zero. Aplicando a equação B.1 na equação A.11, tem-se

$$\Theta(k) = \sum_{n=1}^k \lambda^{k-n} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{n+i/K}^* \mathbf{S}_{n+j/K} \quad (\text{B.2})$$

A equação B.2 pode ser reescrita de forma recursiva, conforme a equação B.3

$$\Theta(k) = \lambda \sum_{n=1}^{k-1} \lambda^{(k-1)-n} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{n+i/K}^* \mathbf{S}_{n+j/K} + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K} = \lambda \Theta(k-1) + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K} \quad (\text{B.3})$$

Aplicando as EQ. A.2 e B.1 na EQ. A.10, tem-se

$$\Phi(k) = \left( \sum_{n=1}^k \lambda^{k-n} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H \mathbf{H}_{j/K}^H \right) = \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{H}_{i/K} \left( \sum_{n=1}^k \lambda^{k-n} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H \right) \mathbf{H}_{j/K}^H \quad (\text{B.4})$$

Supondo que a seqüência de símbolos transmitida seja ergódica, então a EQ. B.4 pode ser reescrita da seguinte forma aproximada

$$\Phi(k) \approx \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{H}_{i/K} \left( \sum_{n=1}^k \lambda^{k-n} E[\mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H] \right) \mathbf{H}_{j/K}^H \quad (\text{B.5})$$



Supondo ainda que o esquema de modulação empregado seja PSK e que a seqüência de símbolos, além de ergódica, seja branca, então  $E[\mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H]$  é igual à matriz-identidade  $\mathbf{I}$ . Então, a EQ. B.5 pode ser reescrita como

$$\Phi(k) \approx \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{H}_{i/K} \left( \sum_{n=1}^k \lambda^{k-n} \mathbf{I} \right) \mathbf{H}_{j/K}^H = \left( \sum_{n=1}^k \lambda^{k-n} \right) \left( \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{H}_{j/K}^H \right) = G^{-1}(k) \mathbf{R} \quad (\text{B.6})$$

onde  $G^{-1}(k)$  é o somatório da progressão geométrica que aparece na EQ. B.6, ou seja,

$$G^{-1}(k) = \sum_{n=1}^k \lambda^{k-n} = \frac{\lambda^k - 1}{\lambda - 1} \Rightarrow G(k) = \frac{1 - \lambda}{1 - \lambda^k} \quad (\text{B.7})$$

e  $\mathbf{R}$  é a matriz autocorrelação ponderada da resposta ao impulso conjunta dos filtros de transmissão e de recepção, ou seja

$$\mathbf{R} = \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{H}_{i/K} \mathbf{H}_{j/K}^H \approx \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{S}_{k+i/K} \mathbf{S}_{k+j/K}^H \quad (\text{B.8})$$

Portanto, o inverso da matriz autocorrelação  $\Phi(k)$  é dado por

$$\Phi^{-1}(k) \approx G(k) \mathbf{R}^{-1} \quad (\text{B.9})$$

Procurando reescrever a EQ. A.9 de forma recursiva, tem-se

$$\mathbf{W}_k = \Phi^{-1}(k) \Theta(k) = \Phi^{-1}(k) \Theta(k) - \Phi^{-1}(k-1) \Theta(k-1) + \Phi^{-1}(k-1) \Theta(k-1) \quad (\text{B.10})$$

mas, por definição,  $\Phi^{-1}(k-1) \Theta(k-1) = \mathbf{W}_{k-1}$ . Logo,

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + \Phi^{-1}(k) \Theta(k) - \Phi^{-1}(k-1) \Theta(k-1) \quad (\text{B.11})$$

Aplicando as EQ. B.3 e B.9 na EQ. B.11, tem-se

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}_k &= \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}^{-1} \left[ \lambda \mathbf{\Theta}(k-1) + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K} \right] - G(k-1)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{\Theta}(k-1) = \\
&= \mathbf{W}_{k-1} + \left[ \frac{1-\lambda}{1-\lambda^k} \lambda - \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{k-1}} \right] \mathbf{R}^{-1}\mathbf{\Theta}(k-1) + G(k)\mathbf{R}^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K}
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Resolvendo a expressão em colchetes que aparece na EQ. B.12, tem-se

$$\frac{(1-\lambda) \left[ \lambda (1-\lambda^{k-1}) - (1-\lambda^k) \right]}{(1-\lambda^k)(1-\lambda^{k-1})} = -\frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda^k)} \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda^{k-1})} = -G(k)G(k-1) \tag{B.13}$$

Aplicando a EQ. B.13 na EQ. B.12, tem-se

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}_k &= \mathbf{W}_{k-1} - G(k)G(k-1)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{\Theta}(k-1) + G(k)\mathbf{R}^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K} = \\
&= \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}^{-1} \left[ -G(k-1)\mathbf{\Theta}(k-1) + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K} \right]
\end{aligned} \tag{B.14}$$

A EQ. B.14 pode ser reescrita da seguinte forma

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}^{-1} \left[ -\mathbf{R}G(k-1)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{\Theta}(k-1) + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K} \right] \tag{B.15}$$

Aplicando as EQ. B.8, B.9 e A.9 na EQ. B.15, tem-se

$$\begin{aligned}
\mathbf{W}_k &= \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}^{-1} \left[ -\mathbf{W}_{k-1} \left( \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \mathbf{S}_{k+j/K} \mathbf{S}_{k+i/K}^H \right) + \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} z_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K} \right] = \\
&= \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}^{-1} \left[ \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} \left( z_{k+i/K}^* - \mathbf{S}_{k+i/K}^H \mathbf{W}_{k-1} \right) \mathbf{S}_{k+j/K} \right]
\end{aligned} \tag{B.16}$$

Finalmente, a EQ. B.16 pode ser reescrita da seguinte forma

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_{k-1} + G(k)\mathbf{R}^{-1} \sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} p_{ij} e_{k+i/K}^* \mathbf{S}_{k+j/K} \tag{B.17}$$

onde o erro a priori  $e_{k+i/K}$  é definido da seguinte forma

$$e_{k+i/K} = z_{k+i/K} - \mathbf{W}_{k-1}^H \mathbf{S}_{k+i/K} \quad (\text{B.18})$$

### 8.3. APÊNDICE C: CÁLCULO DAS PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS DO SINAL DE SAÍDA DE UM FILTRO TENDO NA ENTRADA UM SINAL ALEATÓRIO BRANCO

Seja  $n(t)$  ruído branco complexo com média zero e variância igual a 1; ou seja,  $n(t)$  possui as seguintes propriedades estatísticas

$$E[n(t)] = 0 \quad (C.1)$$

$$E[n(t)n^*(t + \Delta)] = 0, \Delta \neq 0 \quad (C.2)$$

$$E[n(t)n^*(t)] = 1 \quad (C.3)$$

Suponha que  $n(t)$  seja o sinal de entrada de um filtro cuja resposta ao impulso é  $g(t)$ , sendo  $g(\cdot)$  uma função real. Seja  $y(t)$  o sinal de saída do filtro. Logo,  $y(t)$  pode ser calculado através da convolução (representado pelo operador  $*$ ) entre o sinal de entrada e a resposta ao impulso do filtro

$$y(t) = n * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} n(t - \tau)g(\tau)d\tau \quad (C.4)$$

A média do sinal de saída do filtro é dada por

$$E[y(t)] = E\left[ \int_{-\infty}^{\infty} n(t - \tau)g(\tau)d\tau \right] = \int_{-\infty}^{\infty} E[n(t - \tau)]g(\tau)d\tau = 0 \quad (C.5)$$

A autocorrelação do sinal de saída do filtro é dada por

$$\begin{aligned}
E[y(t)y^*(t+\Delta)] &= E\left[\left(\int_{-\infty}^{\infty} n(t-\tau_1)g(\tau_1)d\tau_1\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty} n(t+\Delta-\tau_2)g(\tau_2)d\tau_2\right)^*\right] \\
&= E\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} n(t-\tau_1)n^*(t+\Delta-\tau_2)g(\tau_1)g(\tau_2)d\tau_2d\tau_1\right]
\end{aligned} \tag{C.6}$$

A EQ. C.6 pode ser reescrita da seguinte forma

$$E[y(t)y^*(t+\Delta)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E[n(t-\tau_1)n^*(t+\Delta-\tau_2)]g(\tau_1)g(\tau_2)d\tau_2d\tau_1 \tag{C.7}$$

O resultado da integral dupla na EQ. C.7 depende da autocorrelação do sinal de entrada. Observando a EQ. C.2, nota-se que a única parcela não-nula da integral na variável  $d\tau_2$  ocorre quando a seguinte condição é satisfeita

$$t-\tau_1 = t+\Delta-\tau_2 \Rightarrow \tau_2 = \tau_1 + \Delta \tag{C.8}$$

Finalmente, aplicando a condição C.8 na EQ. C.7, tem-se para a autocorrelação do sinal de saída do filtro a seguinte expressão

$$E[y(t)y^*(t+\Delta)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_1)g(\tau_1+\Delta)d\tau_1 \tag{C.9}$$

Nota-se que a autocorrelação do sinal de saída depende unicamente da resposta ao impulso do filtro quando o sinal de entrada é branco.

Suponha que a função  $g(\cdot)$  seja raiz de cosseno levantado; portanto,  $g(\cdot)$  possui as seguintes propriedades:

- $g(\cdot)$  é par: ou seja,  $g(t)=g(-t)$  (C.10)

- $g^*g(t)=h(t)$ , onde  $h(\cdot)$  é a função cosseno levantado (C.11)

Aplicando as condições C.10 e C.11 na EQ. C.9, tem-se

$$E[y(t)y^*(t + \Delta)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_1)g(\tau_1 + \Delta)d\tau_1 = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_1)g(-\tau_1 - \Delta)d\tau_1 = g * g(-\Delta) = h(-\Delta) = h(\Delta) \quad (\text{C.12})$$

Portanto, a autocorrelação do sinal de saída de um filtro cuja resposta ao impulso é raiz de cosseno levantado, e cujo sinal de entrada é branco, é uma função cosseno levantado. Nesse caso, seu cálculo através da EQ. C.12, ao invés da EQ. C.9, evita o emprego de métodos numéricos.